

УДК 519.6:539.3(075.8)

ББК 22.251.1 я73

К27

*Печатается по решению кафедры теории упругости
Института математики, механики и компьютерных наук
им. И. И. Воровича Южного федерального университета
(протокол № 6 от 21 июня 2024 г.)*

Рецензенты:

заведующий кафедрой «Информационные технологии»
Донского государственного технического университета,
доктор технических наук, профессор *Б. В. Соболев*;

заведующий кафедрой вычислительной математики
и математической физики Южного федерального университета,
доктор физико-математических наук, профессор *М. Ю. Жуков*

Карякин, М. И.

К27

Автоматизация решения задач нелинейной теории упругости :
учебное пособие / М. И. Карякин ; Южный федеральный универси-
тет. – Ростов-на-Дону ; Таганрог : Издательство Южного федераль-
ного университета, 2024. – 208 с.

ISBN 978-5-9275-4741-8

В учебном пособии описаны возможности, представляемые современными средствами компьютерной алгебры для автоматизации численного анализа краевых задач нелинейной теории упругости на основе полубратного метода. Приведены примеры кода для такой автоматизации в рамках системы компьютерной алгебры Maple, а также с использованием пакета SymPy для языка Python. Показано, как системы аналитических вычислений могут ускорить организацию конечно-элементных расчетов поведения упругих тел при больших деформациях.

Пособие предназначено для студентов и аспирантов направлений подготовки, связанных с прикладной математикой, механикой и математическим моделированием.

УДК 519.6:539.3(075.8)

ББК 22.251.1 я73

ISBN 978-5-9275-4741-8

© Южный федеральный университет, 2024
© Карякин М. И., 2024

Содержание

Предисловие	5
1 Краткое введение в нелинейную теорию упругости . . .	12
1.1 Основные понятия механики сплошной среды	12
1.2 Градиент деформации. Меры и тензоры деформации . . .	15
1.3 Силы и напряжения	22
1.4 Определяющие соотношения нелинейной теории упругости	25
1.5 Употребительные модели упругих материалов	32
1.6 Полная система уравнений нелинейной теории упругости .	43
1.7 Задания и упражнения для самостоятельной и проектной работы	48
2 Полуобратный метод нелинейной теории упругости и его автоматизация	53
2.1 Общее представление о полуобратном методе	53
2.2 Дифференциальные операции в криволинейных координа- тах и их компьютерная реализация	56
2.2.1 Основные формулы и определения	56
2.2.2 Реализация вычисления дифференциальных опера- торов в среде Maple	61
2.2.3 Реализация дифференциальных операторов с исполь- зованием пакета SymPy	78
2.3 Задачи и упражнения для самостоятельной работы	89
3 Редуцированные краевые задачи нелинейной теории упру- гости	97
3.1 Пример использования полуобратного метода	97

3.1.1	Дисклинация в цилиндре из материала Блейтца и Ко. Аналитическое решение	98
3.1.2	Генерирование краевой задачи в Maple	107
3.1.3	Генерирование краевой задачи с использованием пакета sympy	112
3.2	Численное решение нелинейных краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений	120
3.2.1	Численный анализ дифференциальных уравнений средствами Maple	121
3.2.2	Поля напряжений, создаваемых клиновой дисклинацией	136
3.2.3	Численное решения нелинейных краевых задач с использованием SciPy	147
3.2.4	О влиянии клиновой дисклинации на изменение длины цилиндра	154
3.3	Задания для самостоятельной и проектной работы	164
4	Конечно-элементный анализ задач нелинейной теории упругости	177
4.1	Численный анализ нелинейных задач в пакете FlexPDE	177
4.2	Задачи для самостоятельной и проектной работы	201
	Список литературы	204