



**Математика: алгебра и начала  
математического анализа, геометрия**

# Геометрия



**10-11**  
**КЛАССЫ**

**Базовый и углублённый уровни**

**Учебник**

Допущено  
Министерством просвещения  
Российской Федерации

*12-е издание, стереотипное*

Москва «Просвещение» 2024

УДК 373.167.1:514+514(075.3)  
ББК 22.151я721  
М34

Серия «МГУ — школе» основана в 1999 году

Авторы: Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев,  
Э. Г. Позняк, Л. С. Киселёва

На учебник получены **положительные** заключения  
**научной** (заключение РАО № 481 от 14.11.2016 г.),  
**педагогической** (заключение РАО № 170 от 05.10.2016 г.)  
и **общественной** (заключение РКС № 164-ОЭ от 19.12.2016 г.) экспертиз.

Издание выходит в pdf-формате.

#### Условные обозначения:

- 25\* — пункт, необязательный для изучения на базовом уровне
- 20 — задача, не являющаяся обязательной на базовом уровне
- ▼ — начало материала, необязательного для изучения на базовом уровне
- △ — окончание материала, необязательного для изучения на базовом уровне

**Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия : 10—11-й классы : базовый и углублённый уровни : учебник : издание в pdf-формате / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев [и др.]. — 12-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2024. — 287, [1] с. : ил. — (МГУ — школе).**

ISBN 978-5-09-116447-3 (электр. изд.). — Текст : электронный.

ISBN 978-5-09-112137-7 (печ. изд.).

Учебник позволяет обеспечить вариативность обучения не только согласно системе условных обозначений, но и благодаря хорошо подобранной системе задач, включающей типовые задачи к каждому параграфу, дополнительные задачи к главе и задачи повышенной трудности.

УДК 373.167.1:514+514(075.3)  
ББК 22.151я721

ISBN 978-5-09-116447-3 (электр. изд.)  
ISBN 978-5-09-112137-7 (печ. изд.)

© АО «Издательство «Просвещение», 2014, 2019

© Художественное оформление.  
АО «Издательство «Просвещение», 2014, 2019

Все права защищены

# Оглавление

## Введение

1. Предмет стереометрии . . . . .	3
2. Аксиомы стереометрии . . . . .	4
3. Некоторые следствия из аксиом . . . . .	6
Вопросы и задачи . . . . .	7

## Глава I

### Параллельность прямых и плоскостей

§ 1. Параллельность прямых, прямой и плоскости . . . . .	9
4. Параллельные прямые в пространстве . . . . .	—
5. Параллельность трёх прямых . . . . .	10
6. Параллельность прямой и плоскости . . . . .	11
Вопросы и задачи . . . . .	13
§ 2. Взаимное расположение прямых в пространстве.	
Угол между двумя прямыми . . . . .	15
7. Скрещивающиеся прямые . . . . .	—
8. Углы с сонаправленными сторонами . . . . .	17
9. Угол между прямыми . . . . .	18
Вопросы и задачи . . . . .	19
§ 3. Параллельность плоскостей . . . . .	21
10. Параллельные плоскости . . . . .	—
11. Свойства параллельных плоскостей . . . . .	22
Вопросы и задачи . . . . .	23
§ 4. Тетраэдр и параллелепипед . . . . .	25
12. Тетраэдр . . . . .	—
13. Параллелепипед . . . . .	26
14. Задачи на построение сечений . . . . .	28
Задачи . . . . .	31
Вопросы к главе I . . . . .	33
Дополнительные задачи . . . . .	34

## Глава II

### Перпендикулярность прямых и плоскостей

§ 1. Перпендикулярность прямой и плоскости . . . . .	36
15. Перпендикулярные прямые в пространстве . . . . .	—
16. Параллельные прямые, перпендикулярные к плоскости . . . . .	—

17. Признак перпендикулярности прямой и плоскости .....	38
18. Теорема о прямой, перпендикулярной к плоскости .....	40
Задачи .....	41
§ 2. Перпендикуляр и наклонные. Угол между прямой и плоскостью...	43
19. Расстояние от точки до плоскости.....	—
20. Теорема о трёх перпендикулярах.....	44
21. Угол между прямой и плоскостью.....	45
Задачи .....	47
§ 3. Двугранный угол. Перпендикулярность плоскостей .....	50
22. Двугранный угол .....	—
23. Признак перпендикулярности двух плоскостей .....	52
24. Прямоугольный параллелепипед .....	53
25*. Трёхгранный угол .....	55
26*. Многогранный угол .....	56
Задачи .....	57
Вопросы к главе II .....	60
Дополнительные задачи.....	61

## Глава III

### Многогранники

§ 1. Понятие многогранника. Призма .....	63
27. Понятие многогранника .....	—
28*. Геометрическое тело .....	64
29*. Теорема Эйлера.....	65
30. Призма.....	67
31*. Пространственная теорема Пифагора .....	68
Задачи .....	70
§ 2. Пирамида.....	72
32. Пирамида .....	—
33. Правильная пирамида .....	73
34. Усечённая пирамида .....	74
Задачи .....	75
§ 3. Правильные многогранники .....	78
35. Симметрия в пространстве .....	—
36. Понятие правильного многогранника .....	80
37. Элементы симметрии правильных многогранников .....	83
Практические задания .....	84
Вопросы и задачи .....	—
Вопросы к главе III .....	85
Дополнительные задачи.....	86

## Глава IV

### Цилиндр, конус и шар

§ 1. Цилиндр .....	89
38. Понятие цилиндра .....	—
39. Площадь поверхности цилиндра .....	91
Задачи .....	92
§ 2. Конус .....	94
40. Понятие конуса .....	—
41. Площадь поверхности конуса .....	95
42. Усечённый конус .....	96
Задачи .....	98
§ 3. Сфера .....	100
43. Сфера и шар .....	—
44. Взаимное расположение сферы и плоскости .....	101
45. Касательная плоскость к сфере .....	102
46. Площадь сферы .....	103
47*. Взаимное расположение сферы и прямой .....	104
48*. Сфера, вписанная в цилиндрическую поверхность .....	105
49*. Сфера, вписанная в коническую поверхность .....	106
50*. Сечения цилиндрической поверхности .....	107
51*. Сечения конической поверхности .....	108
Задачи .....	110
Вопросы к главе IV .....	111
Дополнительные задачи .....	112
Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар .....	114

## Глава V

### Объёмы тел

§ 1. Объём прямоугольного параллелепипеда .....	116
52. Понятие объёма .....	—
53. Объём прямоугольного параллелепипеда .....	118
Задачи .....	120
§ 2. Объёмы прямой призмы и цилиндра .....	121
54. Объём прямой призмы .....	—
55. Объём цилиндра .....	122
Вопросы и задачи .....	124
§ 3. Объёмы наклонной призмы, пирамиды и конуса .....	125
56. Вычисление объёмов тел с помощью определённого интеграла .....	—
57. Объём наклонной призмы .....	126

58. Объём пирамиды .....	128
59. Объём конуса .....	129
Задачи .....	130
§ 4. Объём шара и площадь сферы .....	133
60. Объём шара .....	—
61. Объёмы шарового сегмента, шарового слоя и шарового сектора	134
62*. Площадь сферы .....	135
Вопросы и задачи .....	137
Вопросы к главе V .....	138
Дополнительные задачи .....	—
Разные задачи на многогранники, цилиндр, конус и шар .....	140

## Глава VI

### Векторы в пространстве

§ 1. Понятие вектора в пространстве .....	142
63. Понятие вектора .....	—
64. Равенство векторов .....	143
Вопросы и задачи .....	144
§ 2. Сложение и вычитание векторов. Умножение вектора на число ...	145
65. Сложение и вычитание векторов .....	—
66. Сумма нескольких векторов .....	146
67. Умножение вектора на число .....	147
Задачи .....	148
§ 3. Компланарные векторы .....	150
68. Компланарные векторы .....	—
69. Правило параллелепипеда .....	151
70. Разложение вектора по трём некомпланарным векторам .....	152
Вопросы и задачи .....	153
Вопросы к главе VI .....	156
Дополнительные задачи .....	157

## Глава VII

### Метод координат в пространстве. Движения

§ 1. Координаты точки и координаты вектора .....	160
71. Прямоугольная система координат в пространстве .....	—
72. Координаты вектора .....	161
73. Связь между координатами векторов и координатами точек ...	163
74. Простейшие задачи в координатах .....	164
75. Уравнение сферы .....	166
Вопросы и задачи .....	—

§ 2. Скалярное произведение векторов .....	171
76. Угол между векторами .....	—
77. Скалярное произведение векторов .....	—
78. Вычисление углов между прямыми и плоскостями .....	173
79*. Уравнение плоскости .....	174
Задачи .....	176
§ 3. Движения .....	180
80. Центральная симметрия .....	—
81. Осевая симметрия .....	181
82. Зеркальная симметрия .....	182
83. Параллельный перенос .....	—
84*. Преобразование подобия .....	183
Задачи .....	185
Вопросы к главе VII .....	186
Дополнительные задачи .....	187
Задачи для повторения .....	189
Задачи повышенной трудности .....	190

## Глава VIII\*

### Некоторые сведения из планиметрии

§ 1. Углы и отрезки, связанные с окружностью .....	194
85. Угол между касательной и хордой .....	—
86. Две теоремы об отрезках, связанных с окружностью .....	195
87. Углы с вершинами внутри и вне круга .....	196
88. Вписанный четырёхугольник .....	198
89. Описанный четырёхугольник .....	200
Задачи .....	201
§ 2. Решение треугольников .....	202
90. Теорема о медиане .....	—
91. Теорема о биссектрисе треугольника .....	204
92. Формулы площади треугольника .....	206
93. Формула Герона .....	207
94. Задача Эйлера .....	208
Задачи .....	212
§ 3. Теоремы Менелая и Чевы .....	214
95. Теорема Менелая .....	—
96. Теорема Чевы .....	216
Задачи .....	218
§ 4. Эллипс, гипербола и парабола .....	219
97. Эллипс .....	—
98. Гипербола .....	223
99. Парабола .....	226
Задачи .....	228

Задачи для подготовки к ЕГЭ .....	229
Задачи с практическим содержанием .....	240
Исследовательские задачи .....	242
Темы рефератов и докладов .....	244
Список литературы .....	245

## Приложения

1. Изображение пространственных фигур .....	246
1. Параллельная проекция фигуры .....	—
2. Изображение фигуры .....	247
3. Изображение плоских фигур .....	248
4. Изображение пространственных фигур .....	250
2. Об аксиомах геометрии .....	251
Ответы и указания .....	261
Предметный указатель .....	278