

А. М. Тер-Крикоров
М. И. Шабунин

Курс математического анализа

10-е издание, электронное

Рекомендовано

Учебно-методическим объединением
высших учебных заведений Российской Федерации
по образованию в области прикладных математики и физики
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлению «Прикладная математика и физика»
или по другим направлениям и специальностям в области
математических и естественных наук, техники и технологии



Москва
Лаборатория знаний
2025

УДК 517 (075.8)
ББК 22.161
Т35

Рецензент:
заведующий кафедрой математики
физического факультета МГУ
доктор физико-математических наук, профессор
В. Ф. Бутузов

Тер-Криков А. М.

Т35 Курс математического анализа : учебное пособие для вузов / А. М. Тер-Криков, М. И. Шабунин. — 10-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2025. — 675 с. — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-93208-736-7

В пособии изложение теоретического материала иллюстрируется типовыми примерами. Большое внимание уделено трудным разделам курса математического анализа (равномерная сходимость функциональных рядов и интегралов, зависящих от параметра, равномерная непрерывность функций и т. д.).

Для студентов физико-математических и инженерно-физических специальностей вузов с углубленной подготовкой по математике. Может быть использовано при самостоятельном изучении курса.

УДК 517 (075.8)
ББК 22.161

Деривативное издание на основе печатного аналога: Курс математического анализа : учебное пособие для вузов / А. М. Тер-Криков, М. И. Шабунин. — 9-е изд. — М. : Лаборатория знаний, 2023. — 672 с. : ил. — ISBN 978-5-93208-354-3.

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации

ISBN 978-5-93208-736-7

© Лаборатория знаний, 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие к третьему изданию	3
ГЛАВА I. ВЕЩЕСТВЕННЫЕ ЧИСЛА	5
§ 1. Рациональные числа. Бесконечные десятичные дроби	5
§ 2. Точные грани числовых множеств	15
§ 3. Операции над вещественными числами	20
ГЛАВА II. ПРЕДЕЛ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ	35
§ 4. Определение предела последовательности. Свойства сходящихся последовательностей	35
§ 5. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Арифметические операции над сходящимися последовательностями	45
§ 6. Предел монотонной последовательности	50
§ 7. Подпоследовательности. Частичные пределы	55
§ 8. Критерий Коши сходимости последовательности	57
ГЛАВА III. ПРЕДЕЛ И НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ	61
§ 9. Числовые функции	61
§ 10. Предел функции	73
§ 11. Непрерывность функции	86
§ 12. Непрерывность элементарных функций	96
§ 13. Вычисление пределов функций	110
ГЛАВА IV. ПРОИЗВОДНАЯ И ЕЕ ПРИЛОЖЕНИЯ	123
§ 14. Производная и дифференциал	123
§ 15. Правила дифференцирования	133
§ 16. Производные и дифференциалы высших порядков	143
§ 17. Основные теоремы для дифференцируемых функций	150
§ 18. Формула Тейлора	158
§ 19. Правило Лопиталья	172
§ 20. Исследование функций с помощью производных	176
§ 21. Вектор-функции	194
§ 22. Кривые	200

ГЛАВА V. ФУНКЦИИ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ	222
§ 23. Пространство R^n	222
§ 24. Предел функции многих переменных	232
§ 25. Непрерывность функции многих переменных	237
§ 26. Дифференцируемость функции многих переменных	241
§ 27. Частные производные и дифференциалы высших порядков	254
§ 28. Неявные функции	259
§ 29. Замена переменных	269
ГЛАВА VI. НЕОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ	275
§ 30. Определение и свойства неопределенного интеграла. Основные методы интегрирования	275
§ 31. Комплексные числа	284
§ 32. Разложение рациональной функции на простые дроби	295
§ 33. Интегрирование рациональных, иррациональных, тригонометрических и гиперболических функций	302
ГЛАВА VII. ОПРЕДЕЛЕННЫЙ ИНТЕГРАЛ	316
§ 34. Определение и условия существования определенного интеграла	316
§ 35. Свойства определенного интеграла	326
§ 36. Интеграл с переменным верхним пределом. Вычисление определенных интегралов	334
§ 37. Приложения определенного интеграла	343
§ 38. Несобственные интегралы	358
ГЛАВА VIII. ЧИСЛОВЫЕ РЯДЫ	383
§ 39. Определение и свойства сходящихся рядов	383
§ 40. Ряды с неотрицательными членами	388
§ 41. Абсолютно и условно сходящиеся ряды	395
ГЛАВА IX. ФУНКЦИОНАЛЬНЫЕ РЯДЫ	408
§ 42. Равномерная сходимость функциональных последовательностей и рядов	408
§ 43. Степенные ряды	425
§ 44. Ряд Тейлора	434
ГЛАВА X. КРАТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ	446
§ 45. Мера Жордана в R^n	446
§ 46. Определение и свойства кратного интеграла Римана	452
§ 47. Сведение кратных интегралов к повторным	460
§ 48. Формула замены переменных в кратном интеграле	470
§ 49. Несобственные кратные интегралы	486

ГЛАВА XI. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ И ПОВЕРХНОСТНЫЕ ИНТЕГРАЛЫ	491
§ 50. Криволинейные интегралы	491
§ 51. Формула Грина на плоскости	500
§ 52. Поверхности	510
§ 53. Площадь поверхности	522
§ 54. Поверхностные интегралы	527
ГЛАВА XII. ТЕОРИЯ ПОЛЯ	536
§ 55. Скалярные и векторные поля	536
§ 56. Формула Остроградского–Гаусса	542
§ 57. Формула Стокса	547
ГЛАВА XIII. ЭКСТРЕМУМЫ ФУНКЦИЙ МНОГИХ ПЕРЕМЕННЫХ	554
§ 58. Формула Тейлора для функций многих переменных	554
§ 59. Экстремумы функций многих переменных	557
§ 60. Условный экстремум	562
ГЛАВА XIV. РЯДЫ ФУРЬЕ	572
§ 61. Ортогональные системы функций. Ряды Фурье по ортогональным системам	572
§ 62. Лемма Римана	576
§ 63. Формула для частных сумм тригонометрического ряда Фурье	578
§ 64. Сходимость ряда Фурье в точке	581
§ 65. Почленное дифференцирование и интегрирование ряда Фурье	589
§ 66. Равномерная сходимость ряда Фурье	592
§ 67. Комплекснозначные функции. Ряд Фурье в комплексной форме	594
§ 68. Суммирование ряда Фурье методом средних арифметических	596
§ 69. Теоремы Вейерштрасса о равномерных приближениях непрерывных функций многочленами	598
§ 70. Сходимость ряда Фурье в смысле среднего квадратичного	601
ГЛАВА XV. ИНТЕГРАЛЫ, ЗАВИСЯЩИЕ ОТ ПАРАМЕТРА	616
§ 71. Собственные интегралы, зависящие от параметра	616
§ 72. Несобственные интегралы, зависящие от параметра. Равномерная сходимость несобственного интеграла по параметру	618
§ 73. Эйлеровы интегралы	634
§ 74. Интеграл Фурье	639
§ 75. Преобразование Фурье	645
§ 76. Элементы теории обобщенных функций	649
§ 77. Асимптотические оценки интегралов	657
Список литературы	664
Предметный указатель	665