

УДК 517.5
ББК 22.161
Б87

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Казанского национального исследовательского технологического университета*

Рецензенты:

*д-р. физ.-мат. наук, проф. Н. Е. Роднищев
чл.-корр. АН РТ, д-р физ.-мат. наук, проф. И. Б. Бадриев*

Бренерман М. Х., Жихарев В. А.

Б87 Вариационное исчисление : учебное пособие / М. Х. Бренерман, В. А. Жихарев; Минобрнауки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. – Казань : Изд-во КНИТУ, 2017. – 148 с.

ISBN 978-5-7882-2198-4

Содержит материал по вариационному исчислению (теории экстремальных задач). Включено более 150 задач для практических занятий.

Предназначено для подготовки бакалавров по направлениям 14.03.01 «Ядерная энергетика и теплофизика», 16.03.03 «Холодильная, криогенная техника и системы жизнеобеспечения».

Подготовлено на кафедре высшей математики.

**УДК 517.5
ББК 22.161**

ISBN 978-5-7882-2198-4 © Бренерман М. Х., Жихарев В. А., 2017
© Казанский национальный исследовательский
технологический университет, 2017

Оглавление

Предисловие	4
Список основных обозначений	7

Часть 1. Необходимые вводные сведения

§1. Метрические и линейные вещественные пространства. Функционалы и операторы на них	8
§2. Некоторые типы дифференциальных уравнений и решение их в аналитическом виде (точные решения).....	23
§3. Дифференцируемые функционалы. Вариация функционала. Экстремумы. Необходимые и достаточные условия экстремума	38
Задачи к части 1	48

Часть 2. Вариационные задачи математической физики

§4. Интегральный функционал, зависящий от функции одной переменной. Уравнение Эйлера. Экстремали	56
§5. Интегральный функционал, зависящий от нескольких функций и их высших производных. Уравнения Эйлера-Пуассона	68
§6. Интегральный функционал на пространстве функций двух переменных. Необходимое условие экстремума. Уравнение Остроградского	73
§7. Вариационные задачи на условный экстремум	78
§8. Вариационные задачи с подвижными границами	87
§9. Достаточные условия экстремума	97
§10. Принципы наименьшего действия в физике.....	107
Задачи к части 2	119
Литература	144

Приложения

Приложение 1. Образцы контрольных работ	146
Приложение 2. <i>Примерная</i> программа экзамена (зачета) по вариационному исчислению	147