

Einführung in die neuere Geometrie.

U  $\frac{143}{200}$

64

Die

# BERÜHRUNGS-AUFGABE

für

## KREIS UND KUGEL

in sechsfacher geometrischer Behandlung.

Ergänzungsband zu jedem Lehrbuche der elementaren Geometrie,

herausgegeben

von

**Dr. Brennecke,**

Direktor der Realschule zu Posen.

Mit 45 in den Text gedruckten Figuren und 39 Figuren auf drei lithographirten Tafeln.



**Berlin.**

Verlag von Th. Chr. Fr. Enslin.

1860.

Ä



*Seinem Freunde*

C A R L S C H M I D T

widmet diese Schrift

zur Erinnerung

an

früheres collegialisches Zusammenwirken und gemeinschaftliche Studien

des Verfassers.

## VORWORT.

Während meiner Wirksamkeit als Direktor der Realschule zu Kolberg lebte ich, namentlich in den Jahren 1850 und 1851, mit meinem damaligen Mitarbeiter, dem Oberlehrer Schmidt, jetzt Rektor an der Oberschule zu Neustadt-Eberswalde, welcher an der Realschule zu Kolberg den mathematischen Unterricht auf der obersten Stufe ertheilte, in einer engen *Conjunctio literarum*. Diesem wissenschaftlichen Verkehre, welcher noch bis heute fort dauert, und durch Austausch von Briefen und bei gelegentlichen Besuchen, wie in den vorjährigen Sommerferien, unterhalten wird, verdankt dieses Buch seine Entstehung. Das ganze Verdienst desselben und die Originalität der wissenschaftlichen Erfindung und Begründung darin gebührt dem Rektor Schmidt, ich habe nur dabei die Mühe der äusseren Ausführung übernommen.

Die ersten Abschnitte bis Seite 72 einschliesslich sind schon früher (1853) veröffentlicht worden und mit Beifall im Inlande und Auslande (England) aufgenommen worden. In dieser neuen Ausgabe sind hinzugekommen „die Grundlehren der neueren Geometrie als Vorbereitung auf drei andere Auflösungen der Berührungsaufgabe, diese drei Auflösungen selbst und die Behandlung der Berührungsaufgabe mit Hülfe der Kegelschnitte, so wie eine Sammlung von Aufgaben, betreffend die Berührung und den orthogonalen Schnitt;“ ausserdem sind 3 lithographische Tafeln mit 39 Figuren hinzugefügt worden. In dieser neuen erweiterten Gestalt kann das Buch als ein Ergänzungsband für alle Lehrbücher der elementaren Geometrie gelten, und als Einführung in das Studium der neueren Geometrie und der Kegelschnitte dienen. Zugleich ist es eine Monographie für die geometrischen Lösungen des Berührungsproblems, welches in diesem Buche im Zusammenhange mit einer Ausführlichkeit behandelt worden ist, wie in keinem anderen Werke der mathematischen Litteratur.

Am 6. Oktober 1859 ist von Sr. Excellenz dem Minister der geistlichen, Unterrichts- und Medicinal-Angelegenheiten Herrn v. Bethmann-Hollweg eine Unterrichts- und Prüfungs-Ordnung der Realschulen und höheren Bürgerschulen erlassen worden, welche von allen denkenden und gebildeten preussischen Patrioten mit grosser Freude aufgenommen worden ist. In dieser Unterrichts- und Prü-

fungs-Ordnung ist das Ziel für den mathematischen Unterricht auf Realschulen näher und bestimmter angegeben worden, als in der früher gültigen vorläufigen Instruktion vom 8. März 1832. In den erläuternden Bemerkungen zu dieser neuen Unterrichts- und Prüfungs-Ordnung befinden sich sehr beherzigungswerthe Winke über die beim mathematischen Unterrichte zu befolgende Methode. Es heisst darin wörtlich, wie folgt:

„Die Sache der Schule ist auch auf diesem Gebiete (des mathematischen Unterrichts) Übung und Weckung der wissenschaftlichen Selbstthätigkeit, welche sich überall die Strenge eines folgerichtigen Denkens und scharfer Begriffsunterscheidung zur Pflicht macht, und es weiss, dass auswendig gelernte Mathematik werthlos ist. Es kommt für den Charakter einer Realschule und für die Erfüllung ihrer allgemeinen Aufgabe wesentlich darauf an, in welcher Weise der mathematische Unterricht gehandhabt wird. Bildet er daselbst wirklich eine Gymnastik des Geistes, welche die Denkkraft weckt und übt und, indem sie die Fruchtbarkeit eines streng methodischen Verfahrens zum Bewusstsein bringt, das Produktionsvermögen stärkt, und bei der den Schülern eine mechanische Auffassung unmöglich, dagegen die Freiheit und Sicherheit des Blicks und Urtheils zu eigen gemacht wird, welche die Entwicklung eines Satzes nach allen Seiten verfolgen kann, und durch die Verschiedenheit der Form und Stellung, worin derselbe Gegenstand erscheinen mag, sich nicht beirren lässt, nur dann ist die Mathematik unter den Bildungsmitteln der Realschule das wichtigste und wirksamste.“

Es giebt sicherlich kein Gebiet in der gesammten Mathematik, worauf die obigen Worte besser passten, als auf das Berührungsproblem, so dass es scheint, als ob sie ganz speciell dafür geschrieben wären. Es ist nicht möglich, Auflösungen für das Berührungsproblem mechanisch und mit dem Gedächtnisse aufzufassen; jede andere Lage der Figur würde denjenigen, der keine geometrische Anschauung und Auffassung besitzt, sich nicht eine mathematische Facultas errungen hat, ausser Fassung bringen. Jeder, der das im vorliegenden Werkchen abgehandelte Berührungsproblem nach irgend einer Methode und durch irgend eine der verschiedenen Lösungsweisen hat bewältigen lernen, wird einen merklichen Fortschritt in seiner geometrischen Bildung wahrnehmen. Denn keine der Lösungsweisen lässt sich in einigen kurzen, wohl gemerkten Phrasen nachsprechen; und wenn dies auch gelänge, so würde bei einer veränderten Lage der Bestimmungsstücke doch immer nur eine geübte geometrische Anschauung aus der Noth helfen. Es ist das Berührungsproblem des Apollonius von Perga das berühmteste der ganzen Geometrie. Es ist zur Auflösung von Berührungsaufgaben die vollkommene Bekanntschaft mit der Kreislehre erforderlich, denn alle Lehrsätze vom Kreise finden hier in den mannigfaltigsten Verbindungen ihre Anwendung. Dies war auch die Ursache, warum die griechischen Mathematiker diese Aufgabe ihren Schülern vorlegten, welche dabei die ganze Kreislehre wiederholen und dadurch unab-