Ю.Н. Смолин

ВВЕДЕНИЕ В ТЕОРИЮ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

Учебное пособие

2-е издание, стереотипное

Москва
Издательство «ФЛИНТА»
2017

УДК 517.5(075.8)
ББК 22.12я73
С51

Смолин Ю.Н.

С51 Введение в теорию функций действительной переменной [Электронный ресурс] : учеб. пособие. — 2-е изд., стер. — М. : Флинта, 2017. — 516 с.

ISBN 978-5-9765-1483-6

Предлагаемое учебное пособие написано по материалам лекций, в течение ряда лет читаемых автором в различных вузах. Содержит основные разделы теорий множеств, меры и интеграла. Пособие предназначено для первоначального знакомства с современной теорией функций действительной переменной, однако и искушенный читатель найдет в нем для себя что-то новое.

Для понимания излагаемого материала достаточно знаний математического анализа и алгебры в объеме первых двух курсов математического факультета университета.

УДК 517.5(075.8)
ББК 22.12я73

ISBN 978-5-9765-1483-6

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие 6

Глава 1. Основы теории множеств 8

§1.1. Операции с множествами 9
§1.2. Эквивалентность множеств. Счетные множества 17
§1.3. Мощность множества 22
§1.4. Операции с мощностями 37
Упражнения 42

Глава 2. Упорядоченные множества 45

§2.1. Бинарные отношения 45
§2.2. Частично упорядоченные множества 50
§2.3. Линейно упорядоченные множества 57
§2.4. Вполне упорядоченные множества 69
§2.5. Порядковые числа 82
§2.6. Теорема Цермело 94
Упражнения 103

Глава 3. Применения теоремы Цермело 107

§3.1. Несчетное множество наименьшей мощности 107
§3.2. Кардинальные числа 115
§3.3. Базис Гамеля 118
§3.4. Лемма Цорна 122
Упражнения 127

Глава 4. Точечные множества 128

§4.1. Открытые и замкнутые множества 128
§4.2. Расстояние между множествами 137
Упражнения 141

Глава 5. Теория меры 143

§5.1. Кольца и полукольца множеств 143

ŋqdqyeɅ bɆ dedɆbɅзə d ɛɔɑбɔч Ɉqddʏqɥè

§ 5.2. Общее понятие меры множества 153
§ 5.3. Продолжение меры, определенной на кольце с единицей 174
§ 5.4. Продолжение меры, определенной на кольце без единицы 194
§ 5.5. Мера Лебега 204
§ 5.6. Меры Лебега-Стилтьеса 213
Упражнения 217

Глава 6. Общий интеграл Лебега 220

§ 6.1. Измеримые функции 220
§ 6.2. Интеграл Лебега на множестве конечной меры. 244
§ 6.3. Предельный переход под знаком интеграла Лебега 270
§ 6.4. Интеграл Лебега на множестве бесконечной меры 285
§ 6.5. Интеграл Лебега на отрезке 286
§ 6.6. Теорема Фубини 292
Упражнения 301

Глава 7. Функции ограниченной вариации 304

§ 7.1. Монотонные функции 304
§ 7.2. Функции ограниченной вариации общего вида 321
§ 7.3. Непрерывные функции ограниченной вариации 334
§ 7.4. Абсолютно непрерывные функции 339
§ 7.5. Неопределенный интеграл Лебега 352
§ 7.6. Дискретные функции 367
§ 7.7. Сингулярные функции 375
§ 7.8. Интеграл Римана-Стилтьеса 387
Упражнения 416

Глава 8. Теорема Радона-Никодима 421

§ 8.1. Основные виды мер 421
§ 8.2. Заряды 431
§ 8.3. Теорема Радона-Никодима 440
§ 8.4. Вычисление интеграла Лебега 447
Упражнения 457

Глава 9. Интеграл Лебега-Стилтьеса 459

§ 9.1. Меры Лебега-Стилтьеса. Дополнение 459
§ 9.2. Интеграл Лебега-Стилтьеса 470
§ 9.3. Интеграл Римана-Стилтьеса. Дополнение 480
§ 9.4. Несимметричная теорема Фубини 499
Упражнения 509

Список литературы 511
Предметный указатель 515