

## **Численное моделирование взрыва в воздухе с использованием разностной схемы повышенного порядка аппроксимации**

© С.С. Меньшаков, В.А. Таран

МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, 105005, Российская Федерация

*Применительно к взрыву заряда конденсированного взрывчатого вещества в воздухе, с использованием разностной схемы повышенного порядка аппроксимации рассмотрено численное решение задачи о взрыве заряда ТНТ радиусом 0,04 м. Решение дано в плоской 2D-постановке, в которой размер расчетной области квадратной формы был равен 6 м. Предварительно было проведено тестирование численного алгоритма на специализированных тестовых задачах, где воспроизводились ударные скачки, волны разрежения, контактные разрывы и вихревые структуры в двумерных областях, которые затем сравнивались с известными результатами. Показано, что разработанный алгоритм повышенного порядка аппроксимации дает преимущества по детализации ударно-волновой картины течения сред.*

**Ключевые слова:** взрыв, взрывчатое вещество, воздух, детонация, детонационная волна, разностная схема, ударная волна, численное моделирование

**Введение.** К настоящему времени в мире накоплена огромная база данных по взрывам и их последствиям, например [1, 2]. Значимую часть этой базы составляют теоретические исследования взрывов, в том числе с проведением численного моделирования, в частности [1–5]. При этом в последние годы наблюдается возрастающий интерес к использованию в численном моделировании разностных схем повышенного порядка аппроксимации (точности), что объясняется следующими причинами. Если в начальных теоретических исследованиях, подобных [1–5], основной интерес заключался в определении макропараметров взрывов, то теперь это уже пройденный этап, и в связи с интенсивным развитием вычислительной газодинамики и компьютерной техники интерес сместился в сторону повышения качества расчетов с выявлением при моделировании «вторичных, и более высокого порядка» физических эффектов, таких, например, как неустойчивость всех типов. Эта тенденция несколько не умаляет возможностей схем малого (первого, второго) порядка, не служит их осуждению и запрету на использование, тем более что постоянно появляются работы, посвященные увеличению их разрешающей способности, устойчивости и уменьшению диссипативности [6].

Цель данной работы — представить предпринятую попытку использовать метод высокого порядка точности для расчета задач взрыва в воздухе с учетом особенностей конденсированного взрывчатого вещества (КВВ).

**Математическая постановка задачи.** Несмотря на уже сформированные и сложившиеся ранее подходы построения дискретных моделей, в настоящее время наблюдается активное развитие методов повышенного порядка аппроксимации для расчета различных газодинамических течений. При этом разработано достаточно много вариантов, основанных в первую очередь на схемах типа Годунова [7], неосциллирующих полиномиальных реконструкциях, параболической интерполяции и др. Сравнения методов [8] приводят к выводу, что в целом они показывают достаточно близкие результаты, однако в некоторых тестах эти методы не корректны, т. е. выдают различающиеся результаты.

Рассмотрена проверка вычислительных свойств методов повышенного порядка аппроксимации на основе расчетов известной задачи о взрыве заряда КВВ в воздухе. Особенности данной задачи состоят в том, что на начальной фазе взрыва характерные параметры давления, плотности и температуры могут различаться на несколько порядков, а геометрические размеры заряда ВВ также на один или два порядка меньше необходимой области расчета распространения ударной волны в воздухе. С учетом этих особенностей были выбраны два варианта: первый основан на WENO пятого порядка [9], второй — на MUSCL третьего порядка [10].

Для решения поставленной задачи используется следующая форма уравнений Эйлера:

$$\frac{\partial \mathbf{q}}{\partial t} + \nabla \cdot \mathbf{F}(\mathbf{q}) = 0, \quad (1)$$

где  $\mathbf{q}$  — вектор консервативных переменных;  $t$  — время;  $\mathbf{F}$  — тензор потоков.

Модель основана только на законах сохранения: массы, импульса и энергии, в которой не учитываются такие свойства сред, как вязкость, фазовые переходы, поверхностное натяжение.

Выражения, определяющие вектор консервативных переменных и тензор потоков, соответственно

$$\mathbf{q} = [\rho, \rho \mathbf{u}, \rho E]^T, \quad \mathbf{F} = [\rho \mathbf{u}, \rho \mathbf{u} \otimes \mathbf{u} + p \mathbf{I}, (\rho E + p) \mathbf{u}]^T,$$

где  $\rho$ ,  $\mathbf{u}$ ,  $p$ ,  $E$  — плотность, вектор скорости, давление и полная энергия единицы массы среды;  $\mathbf{I}$  — единичный тензор.

**Реализация метода с WENO-реконструкцией.** Основная система уравнений (1) решается по явному консервативному методу Годунова [7]:

$$\mathbf{q}_i^{n+1} = \mathbf{q}_i^n - \frac{\Delta t}{V_i} \left( \sum A_s \mathbf{F}_s \cdot \mathbf{n}_s \right), \quad (2)$$

где  $n$  — индекс шага по времени;  $V_i$  — объем ячейки;  $A_S$  — площадь сторон ячейки;  $\mathbf{n}_S$  — вектор нормали к поверхности ячейки.

Для определения потоков на границах контрольного объема  $\mathbf{F}_S$  используется пространственная WENO пятого порядка реконструкция примитивных переменных, далее потоки вычисляются по приближенному методу Римана HLLC [14] с некоторой модификацией. Данный алгоритм достаточно подробно описан в [11], где можно ознакомиться с деталями. Поскольку изначально WENO-реконструкция разрабатывалась для одномерных гиперболических уравнений, для сохранения высокого порядка аппроксимации в многомерных случаях, как указано в работе [11], нужно определить интегралы по поверхностям ячейки с необходимым уровнем аппроксимации с использованием квадратур Гаусса, что приводит к WENO-реконструкции для этой процедуры и по другим осям координат. Детали расчета поверхностных интегралов также приведены в [11]. Такая достаточно непростая процедура реконструкции осложняет использование сеток с переменным шагом, поскольку в этом случае необходимо рассчитать коэффициенты полиномов для каждой ячейки.

Для интегрирования по времени используется метод Рунге — Кутты третьего порядка точности [12, 15], удовлетворяющий условиям TVD. Этот метод состоит из трех стадий:

$$\begin{aligned} q_i^{(1)} &= q_i^n + \Delta t L(q_i^n), \\ q_i^{(2)} &= \frac{3}{4} q_i^n + \frac{1}{4} q_i^{(1)} + \frac{1}{4} \Delta t L(q_i^{(1)}), \\ q_i^{n+1} &= \frac{1}{3} q_i^n + \frac{2}{3} q_i^{(2)} + \Delta t L(q_i^{(2)}), \end{aligned}$$

где  $L(q_i^n)$  — оператор дивергенции потоков в уравнении (1).

При такой схеме интегрирования реконструкция переменных и расчет потоков должны делаться на каждой стадии. Поскольку метод интегрирования (2) явный, для гарантированной устойчивости решения шаг по времени  $\Delta t$  должен удовлетворять условиям Куранта — Фридриха — Леви:

$$\Delta t = C_{cfl} \min_{\forall i} (\Delta x / (|u_i| + c_i)),$$

где  $C_{cfl}$  — число Куранта;  $c_i$  — скорость звука; для плоских двумерных расчетов принималось  $C_{cfl} = 0,5$ , и этого вполне достаточно для данного метода.