

УДК 517.95
ББК 22.311
С12

Сабитов К. Б.

С12 Уравнения математической физики : учебник для вузов : в 2 ч. Ч. 2 / К. Б. Сабитов. — 4-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2024. — 258 с. — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.

ISBN 978-5-93208-621-6 (Ч. 2)

ISBN 978-5-93208-643-8

В книге дан вывод уравнений математической физики, приведены классические постановки основных задач, аналитические методы их решения, представлены обобщенные по Соболеву решения краевых задач для уравнений эллиптического, гиперболического и параболического типов, вариационный и галеркинский методы решения краевых задач, методы интегральных преобразований, возмущений, автомодельных решений и конечных разностей решения краевых задач уравнений математической физики. В отличие от известных учебников данное пособие содержит новый материал по уравнениям смешанного типа, моделирующим околосзвуковые течения.

Допущено УМО по классическому университетскому образованию в качестве учебника для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению ВПО 010400 «Прикладная математика и информатика».

УДК 517.95
ББК 22.311

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации

ISBN 978-5-93208-621-6 (Ч. 2)
ISBN 978-5-93208-643-8

© Лаборатория знаний, 2024
© Сабитов К. Б., 2024

Оглавление



Список некоторых обозначений и сокращений	5
Глава 6. Обобщенные решения по Соболеву краевых задач для уравнений математической физики	7
§ 32. Вспомогательные сведения из функционального анализа	7
1. Необходимые понятия и утверждения (7). 2. Средние функции. Обобщенные производные (11). 3. Пространство Соболева и его свойства (17).	
§ 33. Обобщенные решения основных граничных задач для эллиптического уравнения второго порядка	26
§ 34. Обобщенные решения начально-граничных задач для гиперболического уравнения второго порядка	33
1. Постановка начально-граничных задач (33). 2. Задача на собственные значения для эллиптического оператора второго порядка (34). 3. Вариационные свойства собственных значений и функций спектральной задачи (42). 4. Построение обобщенного решения первой начально-граничной задачи для однородного гиперболического уравнения (43). 5. Построение обобщенного решения первой начально-граничной задачи для неоднородного гиперболического уравнения (47).	
§ 35. Обобщенные решения начально-граничных задач для параболического уравнения второго порядка	49
§ 36. Вариационный метод решения граничных задач для эллиптических уравнений	54
1. Задача Дирихле (54). 2. Задача Неймана и третья граничная задача (58). 3. Метод Ритца (59).	
§ 37. Метод Галеркина решения краевых задач для уравнений математической физики	63
1. Задача Дирихле для уравнения Пуассона (64). 2. Начально-граничная задача для уравнения теплопроводности (65). 3. Начально-граничная задача для волнового уравнения (67).	
Глава 7. Уравнения смешанного типа	72
§ 38. Задача Трикоми для уравнения Лаврентьева—Бицадзе. Единственность решения	73
1. Постановка задачи Трикоми. Принцип экстремума. Единственность решения задачи Трикоми (73). 2. Метод Трикоми доказательства единственности решения задачи (76).	
§ 39. Существование решения задачи Трикоми	77

§ 40. Задача Дирихле для уравнения Лаврентьева—Бицадзе в прямоугольной области	87
1. Постановка задачи (87). 2. Единственность решения (88). 3. Существование решения задачи (91). 4. Устойчивость решения (94).	
§ 41. Начально-граничная задача для уравнения смешанного параболо-гиперболического типа	95
1. Постановка задачи (95). 2. Единственность решения (96). 3. Существование и устойчивость решения задачи (99).	
Глава 8. Другие методы решения краевых задач для уравнений математической физики	103
§ 42. Метод интегральных преобразований	103
1. Преобразования Лапласа, Фурье и Меллина (103). 2. Применение интегральных преобразований к решению краевых задач (114).	
§ 43. Метод возмущений	122
§ 44. Метод подобия, автомодельные решения	125
§ 45. Метод конечных разностей или сеток	131
Приложение. Общие сведения о специальных функциях	145
Введение	145
§ 1. Эйлеровы гамма- и бета-функции	147
1. Свойства гамма-функции (148). 2. Свойства бета-функции (152). 3. Логарифмическая производная гамма-функции (154).	
§ 2. Теорема существования и единственности решения начальной задачи для линейного дифференциального уравнения второго порядка	155
§ 3. Поведение решений дифференциальных уравнений второго порядка в особой точке	158
§ 4. Уравнение Бесселя. Функции Бесселя и свойства функций Бесселя первого рода	160
§ 5. Модифицированные функции Бесселя	181
§ 6. Гипергеометрическое уравнение. Функции Гаусса и их свойства	186
§ 7. Ортогональные многочлены	198
1. Полиномы Лежандра и их свойства (198). 2. Присоединенные функции Лежандра и их свойства (208). 3. Многочлены Эрмита и их свойства (211). 4. Многочлены Лагерра и их свойства (217). 5. Многочлены Якоби и Чебышёва и их свойства (223).	
§ 8. Сферические и шаровые функции. Свойства сферических функций	230
Задачи для самостоятельной работы	236
Список литературы	252