

УДК 536.2:51  
Ж86

Рецензенты:

*В. А. Вишивков*, д-р физ.-мат. наук, профессор

*Г. Г. Черных*, д-р физ.-мат. наук, профессор

Работа подготовлена на кафедре электрофизических  
установок и ускорителей

**Жуков В. П.**

Ж86      Методы решения уравнения теплопроводности : учебное  
пособие / В. П. Жуков – 2-е изд., испр., доп. – Новосибирск :  
Изд-во НГТУ, 2023. – 115 с.

ISBN 978-5-7782-4990-5

Второе, исправленное и дополненное издание учебного пособия представляет собой часть курса лекций по методам математической физики, прочитанного на физико-техническом факультете НГТУ. Книга посвящена решению уравнений теплопроводности и Пуассона. В новом издании значительно улучшено изложение, а также добавлена новая, важная для приложений часть, посвященная конечно-разностным методам решения уравнения теплопроводности.

Учебное пособие предназначено для студентов III курса всех специальностей, изучающих методы математической физики, а также для преподавателей.

УДК 536.2:51

ISBN 978-5-7782-4990-5

© Жуков В. П., 2010, 2023

© Новосибирский государственный  
технический университет, 2010, 2023

© Федеральный исследовательский центр  
информационных и вычислительных  
технологий, 2023

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие .....	6
<b>ЧАСТЬ I. ОБЩИЕ СВОЙСТВА УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ЕГО РЕШЕНИЕ В ОДНОМЕРНОМ СЛУЧАЕ .....</b>	<b>7</b>
§ 1. Физические процессы, описываемые уравнением теплопроводности.....	7
§ 2. Начальные и граничные условия.....	11
§ 3. Простейшие свойства уравнения теплопроводности .....	12
§ 4. Линейность уравнения теплопроводности .....	13
§ 5. Принцип максимума, единственность, устойчивость решения уравнения теплопроводности .....	14
§ 6. Уравнение теплопроводности в безразмерной форме.....	15
§ 7. Распространение тепла в неограниченном стержне. Фундаментальное решение уравнения теплопроводности .....	16
§ 8. Свойства интеграла вероятностей .....	20
§ 9. Физический смысл фундаментального решения. Связь общего решения с задачами об импульсах тепла .....	22
§ 10. Распространение тепла в полубесконечном стержне .....	25
§ 11. Распространение тепла в ограниченном стержне. Метод разделения переменных.....	27
§ 12. Распространение тепла в теплоизолированном стержне и в стержне с нулевой температурой торцов.....	33
§ 13. Распространение тепла в случае коэффициента теплопроводности, зависящего от координат. Случай разрывного коэффициента теплопроводности .....	34
§ 14. Скин-эффект .....	38
§ 15. Определение распределения температуры в полубесконечном стержне по потоку тепла через его границу .....	41

§ 16. Определение распределения температуры в полубесконечном стержне по температуре его границы .....	43
Заключение к части I .....	44
<b>ЧАСТЬ II. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ И ПУАССОНА В МНОГОМЕРНОМ СЛУЧАЕ .....</b>	<b>45</b>
§ 17. Физические процессы, описываемые уравнениями Лапласа и Пуассона .....	45
<b>Глава I. Решение уравнений теплопроводности и Пуассона в трехмерном случае в плоской геометрии .....</b>	<b>47</b>
§ 18. Решение уравнения теплопроводности в случае неограниченной среды.....	47
§ 19. Решение уравнений теплопроводности и Пуассона в прямоугольной области в случае однородных граничных условий .....	49
§ 20. Решение уравнения Лапласа в прямоугольной области в случае неоднородных граничных условий .....	52
§ 21. Решение уравнений теплопроводности и Пуассона в прямоугольной области с неоднородными граничными условиями .....	58
<b>Глава II. Решение уравнений теплопроводности и Пуассона в многомерном случае в цилиндрической геометрии.....</b>	<b>59</b>
§ 22. Решение уравнения теплопроводности в цилиндрической системе координат .....	59
§ 23. Функция Бесселя .....	62
§ 24. Связь между функциями Бесселя различного порядка .....	67
§ 25. Ортогональность, нормировка и полнота функций Бесселя .....	69
§ 26. Нули функций Бесселя .....	71
§ 27. Интегральные представления функций Бесселя .....	72
§ 28. Примеры решения уравнений математической физики в цилиндрической системе координат .....	73
<b>Глава III. Решение уравнений теплопроводности и Пуассона в многомерном случае в сферической геометрии.....</b>	<b>78</b>
§ 29. Разделение переменных при решении уравнения теплопроводности в сферической системе координат.....	78

§ 30. Полиномы Лежандра .....	80
§ 31. Свойства полиномов Лежандра .....	81
§ 32. Присоединенные полиномы Лежандра .....	86
§ 33. Свойства присоединенных полиномов Лежандра. Сферические функции .....	88
§ 34. Примеры решения задач математической физики в сферической геометрии .....	91
<b>ЧАСТЬ III. КОНЕЧНО-РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ .....</b>	<b>95</b>
Введение к части III .....	95
§ 35. Основные понятия из теории конечно-разностных схем .....	96
§ 36. Семейство разностных схем для одномерного уравнения теплопроводности .....	101
§ 37. Конечно-разностные схемы для уравнения теплопроводности в случае зависящего от координат коэффициента теплопроводности .....	102
§ 38. Разностные схемы для многомерных задач. Схемы расщепления .....	103
§ 39. Конечно-разностные схемы в цилиндрической системе координат .....	109
Библиографический список .....	113