










УДК 373.167.1:512+512(075.3)  
ББК 22.14я721  
М34

Авторы: *Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва,  
Н. Е. Фёдорова, М. И. Шабунин*

На учебник получены **положительные** заключения  
**научной** (заключение РАО № 478 от 14.11.2016 г.),  
**педагогической** (заключение РАО № 167 от 09.11.2016 г.) и  
**общественной** (заключение РКС № 161-ОЭ от 22.12.2016 г.)  
экспертиз.

### Условные обозначения

-  выделение основного материала
-  текст, который важно знать и полезно помнить
-   решение задачи
-   обоснование утверждения или вывод формулы
-  обязательные задачи
-  дополнительные задачи
-  трудные задачи
- \* дополнительный более сложный материал

**Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Алгебра и начала математического анализа. 10—11 классы :** базовый и углублённый уровни : учебник / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачёва [и др.]. — 11-е изд., стер. — Москва : Просвещение, 2023. — 463, [1] с. : ил.

ISBN 978-5-09-107210-5.

В данном учебнике завершается развитие основных идей курса алгебры 7—9 классов авторов Ю. М. Колягина и др. Элементарные функции изучаются в 10 классе классическими элементарными методами без привлечения производной; числовая линия и линия преобразований развиваются параллельно с функциональной; начала математического анализа рассматриваются в 11 классе. Система упражнений представлена на трёх уровнях сложности. Задачи повышенной трудности в конце учебника содержат богатый материал для подготовки в вузы с повышенными требованиями по математике.

УДК 373.167.1:512+512(075.3)  
ББК 22.14я721

ISBN 978-5-09-107210-5

© АО «Издательство «Просвещение», 2014, 2017  
© Художественное оформление.  
АО «Издательство «Просвещение», 2014, 2019  
Все права защищены

## ОГЛАВЛЕНИЕ

### Глава I. Действительные числа

§ 1. Целые и рациональные числа . . . . .	3
§ 2. Действительные числа . . . . .	7
§ 3. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия . .	11
§ 4. Арифметический корень натуральной степени . . . . .	17
§ 5. Степень с рациональным и действительным показателями. . . . .	24
<i>Упражнения к главе I.</i> . . . . .	35

### Глава II. Степенная функция

§ 6. Степенная функция, её свойства и график . . . . .	39
§ 7. Взаимно обратные функции . . . . .	47
§ 8. Равносильные уравнения и неравенства . . . . .	54
§ 9. Иррациональные уравнения . . . . .	60
§ 10*. Иррациональные неравенства . . . . .	63
<i>Упражнения к главе II</i> . . . . .	69

### Глава III. Показательная функция

§ 11. Показательная функция, её свойства и график . . . . .	72
§ 12. Показательные уравнения . . . . .	77
§ 13. Показательные неравенства . . . . .	81
§ 14. Системы показательных уравнений и неравенств . . .	84
<i>Упражнения к главе III</i> . . . . .	87

### Глава IV. Логарифмическая функция

§ 15. Логарифмы . . . . .	90
§ 16. Свойства логарифмов . . . . .	94
§ 17. Десятичные и натуральные логарифмы . . . . .	96
§ 18. Логарифмическая функция, её свойства и график . .	100
§ 19. Логарифмические уравнения . . . . .	105
§ 20. Логарифмические неравенства . . . . .	109
<i>Упражнения к главе IV</i> . . . . .	113

### Глава V. Тригонометрические формулы

§ 21. Радианная мера угла. . . . .	117
§ 22. Поворот точки вокруг начала координат . . . . .	121
§ 23. Определение синуса, косинуса и тангенса угла . . .	126
§ 24. Знаки синуса, косинуса и тангенса . . . . .	132
§ 25. Зависимость между синусом, косинусом и тангенсом одного и того же угла. . . . .	135
§ 26. Тригонометрические тождества . . . . .	139
§ 27. Синус, косинус и тангенс углов $\alpha$ и $-\alpha$ . . . . .	142
§ 28. Формулы сложения . . . . .	144

§ 29. Синус, косинус и тангенс двойного угла . . . . .	149
§ 30*. Синус, косинус и тангенс половинного угла . . . . .	152
§ 31. Формулы приведения . . . . .	156
§ 32. Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов . . . . .	161
<i>Упражнения к главе V</i> . . . . .	164

## **Глава VI. Тригонометрические уравнения**

§ 33. Уравнение $\cos x = a$ . . . . .	168
§ 34. Уравнение $\sin x = a$ . . . . .	173
§ 35. Уравнение $\operatorname{tg} x = a$ . . . . .	179
§ 36. Решение тригонометрических уравнений . . . . .	184
§ 37*. Примеры решения простейших тригонометрических неравенств . . . . .	194
<i>Упражнения к главе VI</i> . . . . .	197

## **Глава VII. Тригонометрические функции**

§ 38. Область определения и множество значений тригонометрических функций . . . . .	201
§ 39. Чётность, нечётность, периодичность тригонометрических функций . . . . .	204
§ 40. Свойства функции $y = \cos x$ и её график . . . . .	208
§ 41. Свойства функции $y = \sin x$ и её график . . . . .	213
§ 42. Свойства функции $y = \operatorname{tg} x$ и её график . . . . .	217
§ 43*. Обратные тригонометрические функции . . . . .	223
<i>Упражнения к главе VII</i> . . . . .	227

## **Глава VIII. Производная и её геометрический смысл**

§ 44. Производная . . . . .	229
§ 45. Производная степенной функции . . . . .	236
§ 46. Правила дифференцирования . . . . .	240
§ 47. Производные некоторых элементарных функций . . . . .	245
§ 48. Геометрический смысл производной . . . . .	251
<i>Упражнения к главе VIII</i> . . . . .	257

## **Глава IX. Применение производной к исследованию функций**

§ 49. Возрастание и убывание функции . . . . .	261
§ 50. Экстремумы функции . . . . .	265
§ 51. Применение производной к построению графиков функций . . . . .	271
§ 52. Наибольшее и наименьшее значения функции . . . . .	277
§ 53*. Выпуклость графика функции, точки перегиба . . . . .	283
<i>Упражнения к главе IX</i> . . . . .	287

## Глава X. Интеграл

§ 54.	Первообразная . . . . .	291
§ 55.	Правила нахождения первообразных . . . . .	294
§ 56.	Площадь криволинейной трапеции и интеграл . . . .	297
§ 57.	Вычисление интегралов . . . . .	301
§ 58.	Вычисление площадей с помощью интегралов . . . .	304
§ 59*.	Применение производной и интеграла к решению практических задач . . . . .	309
	<i>Упражнения к главе X</i> . . . . .	315

## Глава XI. Комбинаторика

§ 60.	Правило произведения . . . . .	317
§ 61.	Перестановки . . . . .	320
§ 62.	Размещения . . . . .	323
§ 63.	Сочетания и их свойства . . . . .	326
§ 64.	Бином Ньютона . . . . .	330
	<i>Упражнения к главе XI</i> . . . . .	333

## Глава XII. Элементы теории вероятностей

§ 65.	События . . . . .	336
§ 66.	Комбинации событий. Противоположное событие . .	339
§ 67.	Вероятность события . . . . .	343
§ 68.	Сложение вероятностей . . . . .	346
§ 69.	Независимые события. Умножение вероятностей. . .	350
§ 70.	Статистическая вероятность. . . . .	354
	<i>Упражнения к главе XII</i> . . . . .	359

## Глава XIII. Статистика

§ 71.	Случайные величины . . . . .	364
§ 72.	Центральные тенденции . . . . .	370
§ 73.	Меры разброса . . . . .	375
	<i>Упражнения к главе XIII</i> . . . . .	383

## Приложение

§ 1.	Множества. . . . .	387
§ 2.	Элементы математической логики. . . . .	388
§ 3.	Предел последовательности. . . . .	390
§ 4.	Дробно-линейная функция и её график. . . . .	393
§ 5.	Уравнения и неравенства с двумя неизвестными . . .	395

## Упражнения для итогового повторения

**курса алгебры и начал математического анализа . . . .** 400

**Задачи для внеклассной работы. . . . .** 426

**Ответы и указания . . . . .** 432

**Предметный указатель . . . . .** 460