

Зеленяк О. П.

Решение задач по планиметрии



УРОВЕНЬ ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ

- начинающий
- средний
- опытный
- профессиональный

В книге предлагается четкая, проверенная много-
летней практикой система обучения решению задач
по планиметрии – эффективная технология – алго-
ритмического подхода на основе задач-теорем. Все
задачи снабжены решениями, которые сравнива-
ются, анализируются и обобщаются.

Особое внимание уделено культуре чертежей и
вычислений, логике и способам решений, отбору и
систематизации задач.

Отличительная особенность издания – наличие
материалов, предназначенных для интегрирован-
ного изучения математики и информатики.

Для учащихся, абитуриентов, студентов педву-
зов, учителей.

Автор книги - Олег Зеленяк - Заслуженный учи-
тель Украины, Соросовский учитель, кандидат пе-
дагогических наук, преподаватель математики и
информатики с многолетним стажем. Многие его
ученики становились призерами школьных и сту-
денческих олимпиад, студентами и аспирантами
престижных вузов, признанными специалистами.

Россия:

Internet-магазин

www.aliants-kniga.ru

Книга - почтой:

Россия, 123242, Москва, а/я 20
тел. (495)256-9194, 258-9193

e-mail: books@aliants-kniga.ru

Украина:

Internet-магазин

www.diasoft.kiev.ua

Книга - почтой:

Украина, 03055, Киев, а/я 100
тел. (044)247-4269

e-mail: books@diasoft.kiev.ua

978-5-94074-422-1



9 785940 744221



Категория: Математика и программирование



Зеленяк О. П.

Решение задач по планиметрии



РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ПЛАНИМЕТРИИ

Технология алгоритмического
подхода на основе задач-теорем

Моделирование в среде Turbo Pascal

ПРАКТИКУМ



О. П. Зеленьяк

Решение задач по планиметрии

Технология

алгоритмического подхода
на основе задач-теорем

Моделирование

в среде Turbo Pascal



Москва • Санкт-Петербург • Киев

ББК 32.973.2
УДК 681.3. 06(075)

359

Зеленяк О. П.

359 Решение задач по планиметрии. Технология алгоритмического подхода на основе задач-теорем. Моделирование в среде Turbo Pascal / О. П. Зеленяк. — Киев, Москва: ДиаСофтЮП, ДМК Пресс. — 336 с.

ISBN 5-93772-189-6

ISBN 978-5-94074-422-1

В книге предлагается четкая, проверенная многолетней практикой система обучения решению задач по планиметрии — эффективная технология алгоритмического подхода на основе задач-теорем. Все задачи снабжены решениями, которые сравниваются, анализируются и обобщаются. Особое внимание уделено культуре чертежей и вычислений, логике и способам решений, отбору и систематизации задач.

Отличительная особенность пособия — наличие материалов, предназначенных для интегрированного изучения математики и информатики.

Издание предназначено для учащихся, абитуриентов, студентов педвузов, учителей.

РЕЦЕНЗЕНТЫ:

заведующий кафедрой математики Кировоградского государственного педагогического университета, доктор физико-математических наук, профессор **Волков Ю. И.**

заведующая кафедрой прикладной математики Харьковского государственного политехнического университета, доктор технических наук, профессор **Курпа Л. В.**

ББК 32.973.2
УДК 681.3. 06(075)

Все права зарезервированы, включая право на полное или частичное воспроизведение в какой бы то ни было форме.

Материал, изложенный в данной книге многократно проверен. Но поскольку вероятность технических ошибок все равно остается, издательство не может гарантировать абсолютную точность и правильность приводимых сведений. В связи с этим издательство не несет ответственности за возможные ошибки, связанные с использованием книги.

Все торговые знаки, упомянутые в настоящем издании, зарегистрированы. Случайное неправильное использование или пропуск торгового знака или названия его законного владельца не должно рассматриваться как нарушение прав собственности.

ISBN 5-93772-189-6

© ООО «ДиаСофтЮП»

© Зеленяк О. П.

© Оформление. ООО «ДиаСофтЮП»

ISBN 9785-94074-422-1

© Оформление. ДМК Пресс

Предисловие

"Я прошу всех беспристрастно посмотреть на следующие темы, занимающие большое место в школьной математике: I. Задачи на построение циркулем и линейкой. II. Свойства "традиционных" фигур, таких, как треугольники, четырехугольники, окружности и системы окружностей ... – все это со всеми изощрениями, накопленными поколениями "геометров" и преподавателей в поисках подходящих экзаменационных задач... ни с чем подобным человек никогда в жизни не столкнется... надо учить принципам и только им! (**Ж. Дьедонне**).

"И все-таки что-то мешает мне признать правоту этих слов. Само понятие "образование" более сложно. Оно состоит не только в приобретении знаний и навыков, но и в тренировке мышления. На протяжении, по-видимому, двух столетий (а, может быть, и больше) задачи на бассейны, задачи на построение, задачи на треугольники и преобразования тригонометрических формул выполняли великую роль – они давали пищу для ума, приучали к точности и аккуратности, учили рассуждать, искать истину, преодолевать трудности, испытывать разные пути к цели, учили достигать ее. Они одаривали радостью успеха и ощущением красоты. В конечном счете, они моделировали творчество. Чем заменить все это? И стоит ли? ... Тренировать мышление можно лишь на конкретных, "частных" задачах, а не на "общих" принципах..." (**В.М. Тихомиров**).

"В школе большую пользу для развития фантазии приносит решение геометрических задач. Это должны быть настоящие задачи, требующие, чтобы ученик сам придумал решение, подыскал построение. Интересно, что именно это занятие встречает общее несочувствие. Стараются устранить в школе решение задач. Существует странный взгляд, отделяющий геометрию от решения задач, как два различных предмета. Предполагают, что можно знать первый из них, не владея вторым. Или стараясь облегчить работу учеников, издают для них готовые решения задач, правила и шаблоны для такого решения, настолько же вредные, как планы для писания сочинений на заданные темы" (*из доклада первого ректора КПИ **В.Л. Кирпичева** "Значение фантазии для инженеров", 1903 год*).

"Планиметрия представляет собой замкнутую модель науки, внутри которой можно бесконечно совершенствоваться. Она дает большие возможности для развития творческого, интеллектуального. Особая роль элементарной геометрии по отношению к серьезной науке, причем не только математической, состоит также в том, что она является неисчерпаемым источником интересных и оригинальных идей, облегчает поиск решения самых различных научных и технических проблем ... *Сегодня геометрия является одним из немногих экологически чистых продуктов, потребляемых в образовании* ... Представляется полезным выделить некоторое множество задач (будем называть их опорными), в которых формулируется некий факт, достаточно часто используемый в задачах, либо иллюстрируется какой-либо метод или прием решения задач" (**И.Ф. Шарыгин**).

Предоставляем читателю продолжить поиск истины. Приведенные выше пары противоречивых высказываний заставляют серьезно задуматься.

Но что является бесспорным сегодня? Это то, что роль геометрии как учебного предмета в школе недооценивается. Его потенциал огромен.

На контрольной работе, экзамене требуется решить задачу и получить верный ответ, а не формулировать тот или иной принцип.

Как научиться решать задачи по планиметрии?

Прежде всего необходимо систематизировать и обобщить знания по предмету. Одним из проверенных практикой эффективных методов обучения является *алгоритмический метод*, который предполагает обязательный объем начальных сведений. Здесь уместна аналогия с шахматами. Много ли комбинаций составит шахматист, сверяющий ходы фигур по справочнику?

Как сообщить обязательный объем начальных сведений?

Во-первых, их нужно выделить. Так в литературе появились термины: *опорные, базисные задачи, задачи-теоремы*. Это задачи, которые часто и эффективно используются при решении других задач наряду с главными теоремами геометрии: Пифагора, косинусов, синусов и др. В книге выделено 25 задач-теорем. Во-вторых, задачи-теоремы нужно выучить наизусть. Только после этого и большого количества самостоятельно решенных задач можно говорить о начале приобретения собственного опыта и формирования геометрической интуиции.

Основываясь на практическом опыте, можно утверждать, что **знаний и умений применения выделенных задач-теорем достаточно для решения планиметрических задач, взятых из школьных учебников, практики вступительных экзаменов в вузы и большинства олимпиадных задач.**

Материалы гл. 1 заимствованы из учебников [5] и [6]. В гл. 2 рассмотрены "азбучные" сведения курса. Без их знания систематизация невозможна.

Задачи-теоремы приведены в гл. 3. Гл. 4 содержит сто примеров их применения и практические советы. Большинство задач-примеров взято из популярных сборников [1] и [2] (читатель может совершенствовать отбор и систематизацию).

В гл. 5 рассмотрены основные методы решения планиметрических задач.

Содержимое гл. 6 – попытка приоткрыть процесс поиска решения геометрической задачи. Там же показан поиск различных решений одной задачи и поиск общей идеи решения разных задач. В гл. 7 содержатся более трудные задачи, при решении которых комбинировано применяются несколько задач-теорем.

Гл. 8 посвящена координатам, векторам и множествам точек плоскости.

В гл. 9 приведены примеры моделирования на планиметрическом материале.

Предполагается, что читатель знаком с основами программирования в среде Turbo Pascal, изучать которые изолированно от решения "непоставленных" задач малоэффективно. Задачи математики, физики, химии, биологии и др., в процессе решения которых необходимо пройти путь от постановки задачи и представления данных до получения и анализа результатов, интегрируют знания учащихся по информатике и другим предметам.

Все главы книги можно использовать и в процессе изучения планиметрии.

Это пособие – не решебник! Плодящиеся под девизом "Новому термину – "новое" качество" решебники предоставили новый вид работы – *критический анализ содержащихся в них решений*. В настоящем пособии уделено особое внимание культуре чертежей и вычислений, логике и способам решений, отбору и систематизации задач.

Оглавление

Предисловие	3
Глава 1. Введение	5
1.1. Краткий исторический очерк	5
1.2. Про геометрию	14
Глава 2. Важные понятия планиметрии	17
2.1. Логическое строение курса геометрии	17
2.2. Измерение отрезков	18
2.3. Геометрические места точек	20
2.4. Задачи на построение	21
2.5. Пропорции	24
2.6. Правильные многоугольники и их части	28
2.7. Пифагоровы тройки	34
2.8. Данные и произвольные элементы в задаче	36
2.9. Чертеж и дополнительные построения	37
2.10. Прямые и обратные теоремы. Необходимые и достаточные условия	39
Глава 3. Задачи-теоремы	40
Окружность (хорды, касательные, углы)	42
Треугольник (высоты, медианы, биссектрисы)	43
Окружность и треугольник	44
Окружность и четырехугольник	45
Четырехугольник	46
Средние пропорциональные отрезки	47
Глава 4. Применение задач-теорем	48
4.1. Практические советы	48
4.2. Применение задач-теорем	61

Г л а в а 5. Методы решения задач	116
5.1. Введение вспомогательных отрезков и углов	116
5.2. Введение вспомогательной площади	120
5.3. Введение вспомогательной окружности	124
5.4. Применение геометрических преобразований	128
5.5. Применение тригонометрии	132
5.6. Задачи геометрические и алгебраические	137
5.7. Применение идеи обратного хода	141
5.8. Применение принципа Дирихле	144
Г л а в а 6. Поиск решений	147
6.1. Анализ и синтез	147
6.2. Эвристические приемы, общематематические идеи	158
6.3. Разные решения одной задачи	171
6.4. Одно решение разных задач	182
Г л а в а 7. Применение нескольких задач-теорем	195
7.1. Применение нескольких задач-теорем	195
7.2. Задачи для самостоятельного решения	219
Г л а в а 8. Координаты и векторы	223
8.1. Координатный метод	223
8.2. Векторный метод	229
8.3. Множества точек плоскости	244
Г л а в а 9. Моделирование в среде Turbo Pascal	254
9.1. Вычисление координат точек	255
9.2. Моделирование геометрических мест точек	272
9.3. Огибающие и траектории	302
Средние величины	315
Указатель некоторых применяемых символов	317
Геометрический словарь	318
Формулы геометрии	321
Формулы тригонометрии	323
Список использованной и рекомендованной литературы	324
Предметный указатель	326
Оглавление	328