

УДК 517.443

ББК 22.161.1

С34

### **Сибуя Митио.**

С34     Занимательная математика. Анализ Фурье : манга / Митио Сибуя (автор), Хироки Харусэ (худож.) ; пер. с яп. А. Б. Клионского. — 2-е изд., эл. — 1 файл pdf : 257 с. — Москва : ДМК Пресс, Додэка-XXI, 2023. — (Образовательная манга). — Систем. требования: Adobe Reader XI либо Adobe Digital Editions 4.5 ; экран 10". — Текст : электронный.

ISBN 978-5-89818-408-7

Девочки Рика, Фумика и Эрина организовали рок-группу и хотят выступить на фестивале, но никак не найдут вокалиста. А тут ещё контрольная по математике, с которой у Фумики проблемы. Умница Эрина готова помочь подруге и объяснить сложные математические понятия на примере звуков и преобразования Фурье. Чистый звук — это простая волна. Любой сложный звук получается смешением чистых звуков. Преобразование Фурье как раз и позволяет разложить любой звук на гармонические составляющие и найти частотный спектр.

Вместе с Эриной, Рикой и Фумикой вы узнаете о том:

- что волны бывают продольными и поперечными, и у волн есть частота и амплитуда;
- как связана единичная окружность с синусом и косинусом, и что такое угловая частота;
- что такое интеграл и почему он может быть определённым, а производная нет;
- как складывать, вычитать и умножать функции;
- что такое ортогональность функций;
- что такое ряды Фурье, синтез функций и преобразование Фурье.

Вы увидите, как анализ Фурье помог девочкам найти вокалиста и выиграть одно принципиальное пари. Если у вас голова идёт кругом от математики и вас пугают такие слова, как тригонометрия, производные и интегралы, то присоединяйтесь к Рике, Фумике и Эрине.

УДК 517.443

ББК 22.161.1

**Электронное издание на основе печатного издания:** Занимательная математика. Анализ Фурье : манга / Митио Сибуя (автор), Хироки Харусэ (худож.) ; пер. с яп. А. Б. Клионского. — Москва : ДМК Пресс, Додэка-XXI, 2015. — 256 с. — (Образовательная манга). — ISBN 978-5-97060-111-2. — Текст : непосредственный.

Издательство выражает благодарность *В. О. Панфилову*

Все права защищены. Никакая часть этого издания не может быть воспроизведена в любой форме или любыми средствами, электронными или механическими, включая фотографирование, ксерокопирование или иные средства копирования или сохранения информации, без письменного разрешения издательства.

В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации.

ISBN 978-5-89818-408-7

© 2006 by Michio Shibuya and Trend-Pro Co., Ltd

© Перевод, Издательский дом «Додэка-XXI», 2013

© Издание, ДМК Пресс, 2015

# СОДЕРЖАНИЕ

Пролог	
ЗВУКОВЫЕ ВОЛНЫ .....	1

Глава 1	
ВОЛНЫ ПРОСТЫЕ И СЛОЖНЫЕ .....	15
1. Звуки — это волны .....	16
2. Поперечные и продольные волны .....	24
3. Распространение волн во времени .....	28
4. Частота и амплитуда .....	31
5. Открытие Жана Батиста Фурье .....	37
6. Шесть шагов к преобразованию Фурье .....	39

Глава 2	
ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ — ТРЕУГОЛЬНИКИ ОТДЫХАЮТ .....	43
1. Колесо обозрения и тригонометрические функции .	44
2. Единичная окружность .....	54
3. Функция синуса .....	56
4. Функция косинуса .....	57
5. Параметрическое выражение уравнения окружности .....	59
6. Тригонометрические функции и физические величины, изменяющиеся во времени .....	63
7. Тригонометрические функции и угловая частота ...	65

## Глава 3

# ИНТЕГРАЛЫ БЫВАЮТ ОПРЕДЕЛЁННЫЕ И НЕОПРЕДЕЛЁННЫЕ, ЧЕГО НЕ СКАЖЕШЬ О ПРОИЗВОДНЫХ ..... 73

1. Американские горки и определённый интеграл ..... 74
2. Интеграл от константы ( $y = a$ )..... 82
3. Интеграл от линейной функции ..... 84
4. Интеграл от функции  $y = x^n$  ..... 86
5. Графическое решение интеграла ..... 88
6. Несколько слов о наклоне касательной ..... 90
7. Производная — это интеграл наоборот ..... 92
8. Дифференцирование тригонометрических функций 95
9. Определённые интегралы от тригонометрических функций ..... 101

## Глава 4

# АРИФМЕТИЧЕСКИЕ ДЕЙСТВИЯ НАД ФУНКЦИЯМИ 111

1. Сумма функций — тоже функция!..... 112
2. Сложение функций ..... 118
3. Вычитание функций ..... 120
4. Умножение функций ..... 122
5. Произведение функций и определённый интеграл 129

## Глава 5

# ФУНКЦИИ БЫВАЮТ «ПЕРПЕНДИКУЛЯРНЫМИ» 135

1. Ортогональность функций ..... 136
2. Проверяем ортогональность функций с помощью графиков ..... 144
3. Проверяем ортогональность функций путём вычислений ..... 146
4. Определённый интеграл от  $\sin^2 x$  ..... 149

## Глава 6

### ВСЁ БЛИЖЕ К ПРЕОБРАЗОВАНИЮ ФУРЬЕ ..... 155

1. Формирование волны сложением  
тригонометрических функций ..... 156
2. Комбинация функций  $a \cos x$  и  $b \sin x$  ..... 162
3. Синтез тригонометрических функций с разными  
периодами ..... 168
4. Ряды Фурье ..... 171
5. Функции времени и спектр частот ..... 177
6. На пороге преобразования Фурье ..... 181

## Глава 7

### АНАЛИЗ ФУРЬЕ ИЛИ ПРОВЕРИМ АЛГЕБРОЙ

### ГАРМОНИЮ ..... 185

1. Порядок исследования частотного состава ..... 186
2. Коэффициенты Фурье ..... 194
3. Звук камертона и его спектр ..... 201
4. Звуки гитары и их спектр ..... 206
5. Спектр человеческого голоса ..... 211
6. Сладкий голосок ..... 219

## Приложение

### ИСПОЛЬЗОВАНИЕ РЯДОВ ФУРЬЕ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ СУММЫ БЕСКОНЕЧНОГО РЯДА ..... 235

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ ..... 245

### ПРЕДМЕТНЫЙ УКАЗАТЕЛЬ ..... 246