

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Челябинский государственный агроинженерный университет

В. А. Жилкин

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ MATHCAD
ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

Часть 2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. СТАТИКА

Mathcad Professional - [Лагранж_применение_статья]

File Edit View Insert Format Math Symbolics Window Help

Normal Arial 10

7.05.1999 файл: Лагранж_применение

Интегрирование дифференциальных уравнений движения однородного стержня в случае идеальных неудерживающих связей

Условие задачи: Однородный стержень длины $l=1$ м скользит без трения по сторонам прямого угла. В момент времени $t=0$ $\varphi=40^\circ$ $\Omega_0=0$. До момента отрыва точки **A** от вертикальной стены (рис.1 а) дифференциальное уравнение движения стержня имеет вид:

$$\ddot{\varphi} = \frac{3g}{2l} \sin \varphi$$
$$\dot{\varphi}^2 = 3 \frac{g}{l} (\cos \varphi_0 - \cos \varphi)$$

Отрыв стержня от вертикальной стены произойдет в тот момент, когда нормальная реакция в точке **A** стержня обращается в нуль. Этому моменту соответствует угол:

Рис. 1

23:09:07

Press F1 for help. AUTO Page 1

Пуск W Windo... W Micros... Mathc... 23:09

Челябинск 2001

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Департамент кадровой политики и образования
Челябинский государственный агроинженерный университет

В.А. Жилкин

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ МАТНСАД ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ПРИКЛАДНОЙ МЕХАНИКИ

Часть 2. Теоретическая механика
2.1. Статика

*Рекомендовано УМО вузов Российской Федерации
по автотракторному и дорожному образованию
в качестве учебного пособия для студентов специальности
«Сельскохозяйственные машины и оборудование»*

Челябинск
2001

УДК 531.32: 631.3

Применение системы MathCAD при решении задач прикладной механики. Часть 2. Теоретическая механика. 2.1. Статика: Учебное пособие/ В.А. Жилкин; Челябинский государственный агроинженерный университет. – Челябинск, 2001.- 100 с.

Излагаются основные положения раздела «Статика» курса теоретической механики, предусмотренные учебным планом специальности 171000 «Сельскохозяйственные машины и оборудование». При решении задач, там где это целесообразно, используется программный продукт MathCAD 2000. Большинство задач взято из сборника И.В. Мещерского.

Учебное пособие предназначено для студентов первого курса специальности 171000 «Сельскохозяйственные машины и оборудование», изучающих курс «Теоретическая механика», и является продолжением первой части пособия: Жилкин В.А. Применение системы MathCAD при решении задач прикладной механики. Часть 1. MathCAD . – Челябинск, 2000. – 71 с.

Печатается по решению ред.-изд. совета ЧГАУ

Рецензенты

Сапожников С.Б. – докт. техн. наук, проф. (ЮРГУ)

Рахимов Р.С. – докт. техн. наук, проф. (ЧГАУ)

ISBN 5-88156-203-8

© Челябинский государственный агроинженерный университет,
2001.

2. ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА

Теоретическая механика – раздел физики, в котором изучается механическое движение материальных тел. В основе теоретической механики лежат опыт, практика, наблюдения. **Она построена на законах И. Ньютона**, справедливость которых проверена огромным количеством непосредственных наблюдений, опытной проверкой следствий, а также многовековой практической деятельностью человека.

Отвлекаясь при изучении механических движений материальных тел от всего частного, менее существенного, второстепенного и рассматривая только те свойства, которые в данной задаче являются определяющими, приходят к рассмотрению различных *моделей материальных тел*:

- **материальной точки** – материального тела, различием в движении точек которого можно пренебречь (материальная точка отличается от геометрической только тем, что имеет массу);
- **абсолютно твердого тела** – тела, сохраняющего неизменной свою геометрическую форму, независимо от действий на него других тел.

Под механикой следует понимать совокупность достаточно обобщенных отраслей знаний, базирующихся на законах Ньютона. Вследствие специфики объектов исследования и применяемых математических методов некоторые разделы теоретической механики стали вполне самостоятельными науками: механика жидкостей и газов, теория упругости, теория механизмов и машин, небесная механика, теория регулирования, робототехника и др.

В высших технических учебных заведениях механика делится обычно на три раздела: статику, кинематику и динамику. В **статике** изучаются методы преобразования одной совокупности сил в другую, ей эквивалентную, и условия равновесия системы сил. В **кинематике** движения тел рассматриваются с чисто геометрической точки зрения, т.е. без учета действующих на них сил, и только в **динамике** движение тел изучается в связи с силовым взаимодействием между ними.

В данном разделе пособия иллюстрируются возможности системы MathCAD при решении задач теоретической механики. Сведения из теории приводятся в конспективной форме.

2.1. СТАТИКА

2.1.1. Основные понятия статики

2.1.1.1. Сила

Сила – мера механического взаимодействия тел, в результате которого взаимодействующие тела сообщают друг другу ускорения или деформируются.

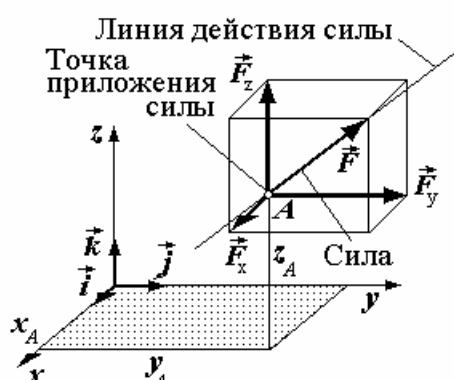


Рис.2.1

Сила - векторная величина и как любой вектор характеризуется модулем, линией действия и точкой приложения.

На рис.2.1 показан вектор силы

$$\vec{F} = F_x \vec{i} + F_y \vec{j} + F_z \vec{k},$$

приложенный в точке A , определяемой координатами x_A, y_A, z_A ; F_x, F_y, F_z - проекции (или скалярные проекции), $\vec{F}_x = F_x \vec{i}, \vec{F}_y = F_y \vec{j}, \vec{F}_z = F_z \vec{k}$ - составляющие вектора \vec{F} на координатные оси

x, y и z соответственно; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ - орты (или единичные векторы) осей x, y и z , определяющих их направления.

За единицу измерения силы в международной системе единиц измерения физических величин принят один **ньютон** (1 Н), за единицу массы - один **килограмм** (1 кг).

Таблица 1

Система единиц измерения физических величин

Физическая величина	Обозначение	Единица измерения, краткое обозначение, соотношение между единицами	
Длина	m	метр	
	cm	сантиметр	cm=0.01·m
	km	километр	km=1000·m
	mm	миллиметр	mm=0.001·m
Масса	kg	килограмм	
	gm	грамм	gm=0.001·kg
	mg	миллиграмм	mg=0.001·gm
	tonne	тонна	tonne=1000·kg
Время	sec	секунда	
	min	минута	min=60·sek

Физическая величина	Обозначение	Единица измерения, краткое обозначение, соотношение между единицами	
	hr day	час день	hr=3600·sek day=24·hr
Угловые единицы (плоский угол)	rad	радиан (угол, дуга которого равна радиусу; 1радиан=180/π=57°17'45'')	deg=π·rad/180
Скорость	m/sec	метр/секунду километр в час	kph=km/hr
Ускорение	m/sec ²	Ускорение силы тяжести	g=9.80665 m/sec ²
Сила	newton	ньютон	kg·m/sec ²
Давление	Pa	паскаль физическая атмосфера	Pa=newton/m ² atm=1.01325 · 10 ⁵ · Pa
Работа, энергия	joule	джоуль	joule=Newton · m
Мощность	watt	ватт киловатт	watt=joule/sec kW=1000 · watt
Частота	Hz	герц килогерц мегагерц	Hz=1/sec KHz=1000 · Hz MHz=1000 · KHz

После запуска MathCAD в нём доступна полная система единиц измерений. Можно с ними обходиться как со встроенными переменными. MathCAD распознает большинство единиц измерений по их общим сокращениям. В табл. 1 перечислены все используемые в механике встроенные в MathCAD единицы измерений. Чтобы связать единицу измерения с числом, достаточно умножить число на её наименование (рис.2.2).

$$g = 9.807 \text{ m s}^{-2} \quad m := 10 \cdot \text{kg} \quad G := m \cdot g \quad G = 98.066 \text{ kg m s}^{-2}$$

Рис.2.2

2.1.1.2. Система сил

Совокупность нескольких сил $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ называется **системой сил**.

Совокупность двух равных по модулю не лежащих на одной прямой и противоположно направленных сил образуют **пару сил** $(\vec{F}, -\vec{F})$.

Пара сил характеризуется плоскостью действия (плоскость в которой лежат силы $(\vec{F}, -\vec{F})$), и **моментом пары**. Момент пары \vec{M} пред-

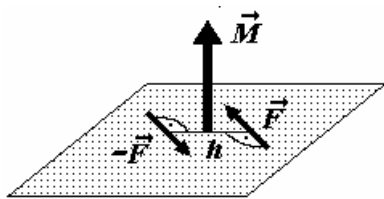


Рис.2.3

ставляет собой вектор, перпендикулярный плоскости пары, равный по модулю произведению модуля одной из сил пары на плечо h пары (плечо – кратчайшее расстояние между линиями действия сил) и направленный в ту сторону, откуда «вращение» пары видно происходящим против хода часовой стрелки.

Если, не нарушая состояния тела, одну систему сил $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$ можно заменить другой системой сил $(\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_k)$ и наоборот, то такие системы сил называются **эквивалентными**. Символически это обозначается так: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim (\vec{P}_1, \vec{P}_2, \dots, \vec{P}_k)$

Сила \vec{R} , эквивалентная системе сил $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$, называется **равнодействующей данной системы сил**.

Если абсолютно твердое тело остается в состоянии покоя при действии на него системы сил $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n)$, то эта система сил называется **уравновешенной**, или **эквивалентной нулю**: $(\vec{F}_1, \vec{F}_2, \dots, \vec{F}_n) \sim 0$.

Так как сила - вектор, то в дальнейшем нам потребуются некоторые сведения из векторной алгебры.

2.1.1.3. Некоторые сведения из векторной алгебры

Различают векторы

- **несвободные (связанные)**, точку приложения которых изменять нельзя (например, при изучении изменения размеров тел под действием приложенных к телу сил перемена точек приложения сил будет приводить к изменению формы деформируемого тела; такие задачи рассматриваются в курсе «Сопротивление материалов»);
- **скользящие**, точку приложения которых можно переносить вдоль линии действия силы (например, силы, приложенные к абсолютно твердому телу);
- **свободные**, точка приложения и линия действия которых не имеют значения; свободный вектор характеризуется только модулем и направлением (примерами свободного вектора могут служить скорость точек твердого тела, участвующего в поступательном движении).

Следует иметь в виду, что один и тот же вектор в различных задачах может быть приложенным, скользящим или свободным. Например, сила, приложенная к абсолютно твердому телу, представляет собой скользящий вектор, а та же самая сила, приложенная к деформируемому телу, будет несвободным вектором. Вопрос о том, какие векторы явля-