

А. А. Дубанов, А. К. Мордовской, С. Г. Цыдыпов

**МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИВЫХ НА ПЛОСКОСТИ
И В ПРОСТРАНСТВЕ**

Учебное пособие

Улан-Удэ
2025

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«БУРЯТСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ ДОРЖИ БАНЗАРОВА»

А. А. Дубанов, А. К. Мордовской, С. Г. Цыдыпов

**МОДЕЛИРОВАНИЕ КРИВЫХ НА ПЛОСКОСТИ
И В ПРОСТРАНСТВЕ**

*Рекомендовано Экспертным советом университета
в качестве учебного пособия для обучающихся
по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика*

Улан-Удэ
Издательство Бурятского государственного университета имени Доржи Банзарова
2025

УДК 004.451.9

ББК 32.972

Д 79

Утверждено Экспертным советом университета
Протокол № 8 от «13» мая 2025 г.

Рецензенты

Л. В. Антонова

кандидат физико-математических наук, доцент, директор

Института математики, физики и компьютерных наук,

БГУ им. Д. Банзарова

Б. Б. Балданов

доктор технических наук, доцент, заведующий лабораторий

физической электроники и радиофизики,

Институт физического материаловедения СО РАН

Дубанов А. А.

Д 79 **Моделирование кривых на плоскости и в пространстве:**
учебное пособие / А. А. Дубанов, А. К. Мордовской,
С. Г. Цыдыпов. — Улан-Удэ: Изд-во Бурятского
госуниверситета им. Д. Банзарова, 2025. — 136 с.
ISBN 978-5-9793-1013-8

В учебном пособии рассмотрены подходы к заданию, визуализации и моделированию основных видов кривых. В пособии также представлены подробно разобранные примеры и задания для самостоятельного выполнения.

Пособие предназначено для обучающихся по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика в рамках освоения дисциплины «Вычислительная геометрия».

УДК 004.451.9

ББК 32.972

© А. А. Дубанов, А. К. Мордовской,
С. Г. Цыдыпов, 2025

© Бурятский госуниверситет
им. Д. Банзарова, 2025

ISBN 978-5-9793-1013-8

ПРЕДИСЛОВИЕ

Настоящее учебное издание представляет собой учебное пособие для дисциплины «Вычислительная геометрия» в рамках реализации образовательной программы высшего образования по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика» очной формы обучения и подготовлено в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования.

Дисциплина «Вычислительная геометрия» относится к обязательным дисциплинам базовой части Блока 1. Изучение дисциплины направлено на формирование общепрофессиональной компетенции:

ОПК-7.2 (способность применять языки программирования и базы данных, современные программные среды разработки информационных систем и технологий для автоматизации бизнес-процессов, решения прикладных задач различных классов, ведения баз данных и информационных хранилищ)

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

Знать:

- понятия параметрических способов задания кривых, поверхностей, непрерывности, гладкости, регулярности с геометрической и вычислительной точек зрения;
- представление об основных структурах данных, связанных с геометрическими задачами;
- описание оценки вычислительной сложности геометрического алгоритма.

Уметь:

- разрабатывать эффективные математические модели для описания геометрических данных;
- разрабатывать эффективные функциональные математические модели и алгоритмы для решения геометрических задач;
- оценивать и сравнивать алгоритмы по критериям вычислительной сложности и ресурсоемкости;
- разрабатывать прикладные программы геометрического проектирования для нужд конкретных предметных областей.

Владеть:

методологией и навыками решения научных и практических задач.

Пособие состоит из предисловия, 3 частей, библиографического списка.

Данное учебное пособие предназначено для студентов высших учебных заведений информационных и инженерных специальностей.

В пособии размещены теоретические и практические материалы, касающиеся моделирования плоских кривых, трехмерных кривых и поверхностей. Также присутствуют руководства для практического построения кривых и поверхностей в системах компьютерной математики.

Пособие рассчитано на студентов, а также исследователей, проводящих экспериментальную работу в различных областях и обрабатывающих экспериментальных данных в системах компьютерной математики.

СОДЕРЖАНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
1. АНАЛИТИЧЕСКОЕ ЗАДАНИЕ ПЛОСКИХ КРИВЫХ	5
1.1. Плоские кривые в явном виде	5
1.2. Плоские кривые в неявном виде.....	8
1.3. Плоские кривые в параметрическом виде	12
1.4. Задачи	22
2. ВИЗУАЛИЗАЦИЯ ПЛОСКИХ КРИВЫХ ПРИ ПОМОЩИ СИСТЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ МАТЕМАТИКИ	24
2.1. Визуализация плоских кривых в явном виде.....	24
2.2. Визуализация плоских кривых в неявном виде.....	28
2.3. Визуализация плоских кривых в параметрическом виде	31
2.4. Задачи	37
3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЛОСКИХ КРИВЫХ, ЗАДАННЫХ ТОЧЕЧНЫМ БАЗИСОМ.....	38
3.1 Моделирование кривых при помощи сплайн-интерполяции	38
3.2.Моделирование кривых при помощи полиномиальной регрессии	46
3.3.Задачи	48
3.4. Пересечение прямых	52
3.5.Пересечение прямой и плоскости	58
3.6. Общий перпендикуляр к двум скрещивающимся прямым	63
3.7. Пересечение прямой и окружности	69

3.8. Пересечение двух окружностей	72
3.9 Построение цилиндрической поверхности	77
3.10 Построение конической поверхности	82
3.11 Построение линейчатых поверхностей	85
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК	92
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	94