

МНОГООЧАГОВЫЕ РЕЖИМЫ НЕСТАЦИОНАРНОГО БЕЗГАЗОВОГО ГОРЕНИЯ ТОЛСТОСТЕННОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ОБРАЗЦА В АДИАБАТИЧЕСКИХ УСЛОВИЯХ

Т. П. Ивлева

Институт структурной макрокинетики и проблем материаловедения РАН, 142432 Черноголовка
tanja@ism.ac.ru

Численно исследовано распространение многоочаговых спиновых волн по образцу цилиндрической формы с соосным внутренним каналом в предположении отсутствия теплоотвода как от внешней поверхности образца, так и от поверхности канала. На примере двухочаговых спиновых волн показаны закономерности изменения характеристик спиновых волн (продольной и окружной скоростей, шага «винта», максимальной температуры и периода) для ряда случаев: при изменении радиуса образца и постоянном радиусе канала, при изменении радиуса канала и постоянном внешнем радиусе цилиндра, при изменении обоих радиусов и постоянной толщине стенки образца.

Ключевые слова: фронтальные процессы, нестационарное горение, трехмерные спиновые волны.

ВВЕДЕНИЕ

При распространении волны горения вдоль образца, спрессованного из порошка реагента или смеси реагентов, фронт горения при определенных условиях перестает быть плоским. В таких случаях — при спиновых режимах горения — на поверхности образца можно наблюдать один или несколько высокотемпературных очагов, движущихся по винтовой траектории. Впервые спиновые волны горения были обнаружены экспериментально при исследовании горения в азоте образца, спрессованного из порошка гафния, и описаны в [1]. Как показал анализ сгоревших образцов, горение происходило преимущественно в тонком приповерхностном слое, где фильтрация не лимитировала взаимодействия реагентов в кинетическом режиме. Этот факт позволил построить двумерную математическую модель процесса, в которой рассматривалась только цилиндрическая оболочка [2, 3]. Однако при поверхностном горении слой, горящий в кинетическом режиме, может быть достаточно толстым [4]. В этом случае двумерная модель не может адекватно описывать трехмерный процесс.

Спиновое горение наблюдалось и при горении образцов, спрессованных из смеси твердых реагентов [5, 6]. Авторы работ [5, 6] показали, что спиновая волна горения охватывает

весь поперечник образца. В серии работ [7–11] представлены результаты численного исследования трехмерных спиновых волн, обнаруженных при рассмотрении математической модели, описывающей распространение волн горения по сплошному цилиндрическому образцу.

Естественно, что следующим этапом в изучении спиновых волн должно быть исследование более общей задачи о распространении спиновой волны в цилиндрическом образце с соосным внутренним каналом. Очевидно, что частными случаями этой модели являются модели процессов, описывающие горение тонкой цилиндрической оболочки [2] и горение сплошного образца [7]. О реализации режимов с несколькими очагами на поверхности образца при горении состава $(\text{Fe} - \text{B}) + 2\text{Ti}$ сообщалось в [6], однако никаких данных о виде и механизме распространения многоочаговой спиновой волны там не приведено.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На рис. 1 представлена схема образца. Зажигание производится на верхнем торце, фронт горения движется сверху вниз. Поскольку в данной задаче исследуются узкие зоны реакции, в качестве фронта горения можно рассматривать множество точек с половинной глубиной превращения по лимитирующему реагенту. При распространении спиновых волн

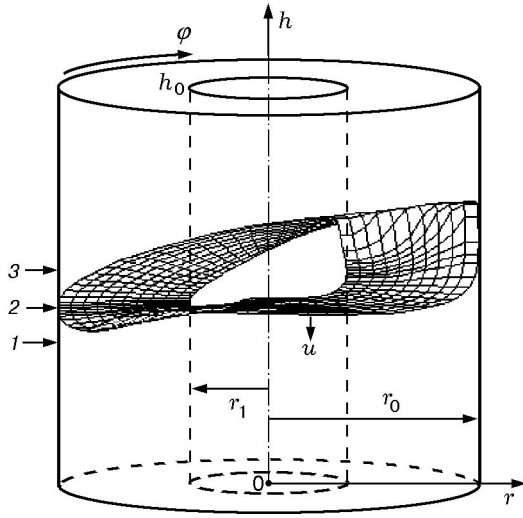


Рис. 1. Схема толстостенного цилиндра:

1 — исходный состав, 2 — фронт горения, 3 — продукты горения

фронт искривлен и отделяет находящуюся внизу смесь реагентов от продуктов реакции.

Предлагаемое математическое описание безгазового горения предполагает, что рассматриваемая среда однородна и гомогенна в тепловом отношении. Теплофизические и макрокинетические характеристики считаются постоянными при изменении температуры и других параметров процесса. Учитываются только наиболее важные составляющие процесса: теплопередача в образце и тепловыделение в ходе химического превращения. Предполагается отсутствие теплоотвода как от внешней поверхности образца, так и от поверхности канала. Задача о нестационарном горении образца с соосным каналом рассматривается впервые. Поэтому на первом этапе разумно ограничиться адиабатическим случаем.

Математическая модель процесса в безразмерных переменных представляет собой систему уравнений:

$$R_1 \leq x \leq R_0:$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial \tau} = \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{1}{x} \frac{\partial \theta}{\partial x} + \frac{1}{x^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} + \frac{1}{\text{Td}} \frac{\partial \eta}{\partial \tau},$$

$$\frac{\partial \eta}{\partial \tau} = \begin{cases} \text{Td}(1 - \eta) \exp \frac{\theta}{1 + \text{Ar}\theta} & \text{при } \eta < 1, \\ 0 & \text{при } \eta \geq 1, \end{cases}$$

со следующими начальными и граничными условиями:

$$\tau = 0, R_1 \leq x \leq R_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq z \leq Z_0:$$

$$\theta = \theta_0, \quad \eta = 0,$$

$$\tau > 0, x = R_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq z \leq Z_0:$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0,$$

$$\tau > 0, x = R_1 > 0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq z \leq Z_0:$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial x} = 0, \quad (1)$$

$$\tau > 0, R_1 \leq x \leq R_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, z = 0:$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial z} = 0,$$

$$\tau > 0, R_1 \leq x \leq R_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, z = Z_0:$$

$$\begin{cases} \theta = 0 & \text{при } \tau \leq \tau_{ign}, \\ \frac{\partial \theta}{\partial z} = 0 & \text{при } \tau > \tau_{ign}, \end{cases}$$

$$\tau > 0, R_1 \leq x \leq R_0, 0 \leq \varphi \leq 2\pi, 0 \leq z \leq Z_0:$$

$$\theta(x, 0, z, \tau) = \theta(x, 2\pi, z, \tau),$$

$$\frac{\partial \theta(x, 0, z, \tau)}{\partial \varphi} = \frac{\partial \theta(x, 2\pi, z, \tau)}{\partial \varphi}.$$

Безразмерные переменные введены в соответствии с [12]:

$$T_* = T_0 + \frac{Q}{c}, \quad t_* = \frac{cRT_*^2}{k_0EQ} \exp \frac{E}{RT_*}, \quad h_*^2 = \frac{\lambda t_*}{c\rho},$$

$$x = \frac{r}{h_*}, \quad z = \frac{h}{h_*}, \quad \tau = \frac{t}{t_*}, \quad \tau_{ign} = \frac{t_{ign}}{t_*},$$

$$\theta = \frac{(T - T_*)E}{RT_*^2}, \quad \text{Ar} = \frac{RT_*}{E}, \quad \text{Td} = \frac{cRT_*^2}{EQ},$$

$$\theta_0 = -\frac{1}{\text{Td}}, \quad Z_0 = \frac{h_0}{h_*}, \quad R_0 = \frac{r_0}{h_*}, \quad R_1 = \frac{r_1}{h_*}.$$

Здесь r_0, r_1 — внешний и внутренний радиусы образца; T — температура; η — глубина превращения по лимитирующему компоненту; t — время; r, φ, h — пространственные координаты: r — радиальная, φ — угловая, h — продольная; c — удельная теплоемкость; ρ — общая масса конденсированной фазы в единице объема (предполагается, что она не изменяет-

ся при химическом взаимодействии реагентов); Q — тепловой эффект реакции (на единицу массы смеси); R — универсальная газовая константа; E — энергия активации; λ — коэффициент теплопроводности; k_0 — предэкспоненциальный множитель; T_0 — начальная температура образца; h_0 — высота цилиндра; T_{ign} — температура зажигания; t_{ign} — время действия зажигающего импульса; T_* , t_* , h_* — характеристические температура, время и длина. Безразмерные величины: θ — температура; θ_0 — начальная температура; τ — время; τ_{ign} — время действия теплового импульса; x , φ , z — цилиндрические координаты: x — радиальная, φ — угловая, z — продольная; R_0 и R_1 — внешний радиус цилиндра и радиус канала соответственно; Z_0 — высота цилиндра; Td и Ar — малые параметры в теории горения (числа Тодеса и Аррениуса). При таком введении безразмерных переменных температуре горения в адиабатических условиях соответствует значение $\theta = 0$.

Поскольку предметом исследования являются установившиеся режимы, т. е. режимы, «забывшие» этап зажигания, величина τ_{ign} не играет роли, а вопрос инициирования горения не рассматривается.

Следует обратить внимание на условие (1). При $R_1 = 0$ данная модель переходит в задачу о горении сплошного цилиндрического образца [7].

Важной характеристикой процесса, определяющей возможность существования спиновых волн, является состав шихты, который при использовании безразмерных переменных характеризуется параметром $\alpha_{st} = 9.1Td - 2.5Ar$. Величина α_{st} установлена при численном исследовании одномерной волны безгазового горения в [13], где было показано, что в адиабатических условиях при $\alpha_{st} < 1$ плоский стационарный фронт неустойчив. В данной статье рассматривается горение образцов, соответствующих одному значению параметра $\alpha_{st} \approx 0.9$, который соответствует значениям $Td = 0.13$ и $Ar = 0.115$. Итак, параметрами задачи являются внешний (R_0) и внутренний (R_1) радиусы цилиндра. Метод введения безразмерных переменных по [12] означает, что линейные размеры образца определяются количеством зон реакции, ширина которых для каждого набора реагентов своя.

Задача решалась методом конечных разностей по неявной схеме. Для сокращения време-

ни расчетов использовалась трехмерная, неравномерная, адаптирующаяся к решению расчетная сетка, обеспечивающая сгущение узлов в зоне больших градиентов температуры и глубины превращения. При построении сетки использовались те же принципы, что и при решении одномерной и двумерной задач [14]. Но в данном случае для того, чтобы была возможность рассматривать состояние образца в продольном осевом сечении, предусматривалось введение дополнительных расчетных точек по угловой координате, таких что для каждой точки должна существовать другая, симметричная ей относительно оси образца. Значения температуры и глубины превращения в этих точках определялись линейной интерполяцией по значениям функций в соседних точках.

В данной работе описаны только установившиеся режимы горения. Для того чтобы утверждать, что режим является таковым, необходимо рассматривать поведение решения на образце достаточно большой длины. Обычно полагается, что режим установился, если механизм распространения спиновой волны не меняется в течение $30 \div 40$ периодов. Очевидно, что в экспериментах, как лабораторных, так и численных, исследовать сколь угодно длинный образец невозможно. Однако в численных экспериментах можно учесть, что за фронтом устанавливаются постоянные температура и глубина превращения. Это позволяет в процессе расчетов, когда фронт горения находится достаточно далеко от торцов образца, производить «сдвиг» рассматриваемой области, т. е. отсекал отдаленную от фронта часть продуктов и «наращивать» образец смесью исходных реагентов снизу. На торцах полученной после «сдвига» области использовалось условие $\partial\theta/\partial z = 0$, так как торцы находились в зоне постоянных температур. Расчеты каждого этапа горения проводились, как правило, при $Z_0 = 500$. Но для получения режимов, которые можно считать установившимися, нужны образцы значительно большей длины. Использование приема «сдвига» позволило проследить поведение спиновых волн при длинах образца в десятки тысяч безразмерных единиц длины. Именно из-за проведения расчетов таким образом, чтобы торцы образца не влияли на конфигурацию спиновой волны, на торцах использовались адиабатические граничные условия.