

DE
MULTIPLICATIONE
ANGULORUM PER FACTORES
EXPEDIENDA.

Auctore
L. EULERO.

Convent. exhib. die 15 April. 1776.

§. I.

Denotet Φ angulum quemcunque propositum, sitque $n\Phi$ ejus multipulum, cujus tam sinum quam cosinum per factores exprimere oporteat. Ad hoc praestandum in subsidium vocetur formula imaginaria $u = \cos. \Phi + \sqrt{-1} \sin. \Phi$, eritque $\frac{1}{u} = u^{-1} = \cos. \Phi - \sqrt{-1} \sin. \Phi$, unde ergo sequitur fore $u + u^{-1} = 2 \cos. \Phi$ et $u - u^{-1} = 2 \sqrt{-1} \sin. \Phi$. Constat autem similem fore rationem omnium potestatum huius formulae, siquidem erit $u^n = \cos. n\Phi + \sqrt{-1} \sin. n\Phi$ et $u^{-n} = \cos. n\Phi - \sqrt{-1} \sin. n\Phi$, atque hinc colligimus

$$u^n + u^{-n} = 2 \cos. n\Phi \text{ et } u^n - u^{-n} = 2 \sqrt{-1} \sin. n\Phi.$$

Hinc igitur sequitur fore

$$\cos. n\Phi = \frac{1}{2} (u^n + u^{-n}) \text{ et } \sin. n\Phi = \frac{1}{2\sqrt{-1}} (u^n - u^{-n}).$$

Per huiusmodi ergo formulas etiam tangentem et cotangentem, item secantem et cosecantem anguli multipli $n\Phi$ exprimere