

МАТЕМАТИКА

УДК 517.9

Г.Ю.ВИНОГРАДОВА, В.М.ДЕУНДЯК

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СЕМЕЙСТВ ОДНОМЕРНЫХ СИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ С ДИЭДРАЛЬНОЙ ГРУППОЙ СДВИГОВ

В работе исследуется банахова алгебра одномерных сингулярных интегральных операторов с кусочно-непрерывными коэффициентами и диэдральной группой сдвигов в L_p -пространстве с общим весом Макенхаупта. Получена стабильная гомотопическая классификация семейств фредгольмовых операторов и вычислен индекс для семейств.

Ключевые слова: сингулярные операторы, оператор сдвига, фредгольмовость, индекс, гомотопическая классификация.

1. Введение. Хорошо известно, что изучение разрешимости многомерных операторных уравнений на многообразиях с краем [1] и уравнений с операторами типа бисингулярных [2] основывается на исследовании непрерывных семейств сингулярных интегральных операторов. В статьях [3-4] исследуются топологические свойства и вычислен индекс семейств сингулярных интегральных операторов с кусочно-непрерывными коэффициентами в L_p -пространствах со степенным весом Хведелидзе на простом замкнутом контуре Ляпунова. В настоящей работе эти результаты распространены на банаховы алгебры операторов с полной диэдральной группой сдвигов, действующих в общих весовых L_p -пространствах, случай циклических групп сдвигов рассмотрен ранее в [5-6].

Условия фредгольмовости и формулу для индекса операторов со сдвигом Карлемана порядка n часто получают сопоставлением оператору A со сдвигом вспомогательного матричного оператора \tilde{A} без сдвига, при этом фредгольмовость A равносильна фредгольмовости \tilde{A} и $n \cdot \text{ind}(A) = \text{ind}(\tilde{A}) (\in \mathbb{Z})$ [7]. В случае индекса семейств операторов со сдвигом аналогичное равенство не помогает, так как группа $\mathbf{K}^0(X)$, в которой принимает значение индекс семейств [8], может иметь нетривиальную периодическую часть. Поэтому для семейств при построении символического исчисления удобно использовать подход, предполагающий построение изоморфизма подобия исследуемой алгебры на некоторую модельную алгебру операторов без сдвига [5, 6, 9]. В настоящей работе используется такой подход и в качестве модельной рассмотрена банахова алгебра сингулярных операторов с кусочно-непрерывными коэффициентами в безвесовом пространстве на полуокружности.

2. Символическое исчисление и фредгольмовость.

2.1. Алгебры сингулярных операторов со сдвигом. Введем необходимые обозначения. Через $C(X; Y)$ обозначим пространство непрерывных отображений компакта X в метрическое пространство Y с топологией равномерной сходимости, а через $[X; Y]$ – группу классов гомотопической эквивалентности пространства $C(X; Y)$ для H -пространства Y . Пусть $\text{End}(W)$ – банахова алгебра всех линейных огра-