

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
СИБИРСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

# СИБИРСКИЙ ЖУРНАЛ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

№ 1 ЯНВАРЬ  
МАРТ

ТОМ 18

2015

НОВОСИБИРСК  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ИНСТИТУТ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ  
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ГЕОФИЗИКИ  
СИБИРСКОГО ОТДЕЛЕНИЯ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ НАУК

# СИБИРСКИЙ ЖУРНАЛ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МАТЕМАТИКИ

Т. 18  
№ 1

СибЖВМ  
Научный журнал

2015  
январь–март

Основан в феврале 1998 г. Выходит 4 раза в год

## Учредители:

Сибирское отделение РАН  
Федеральное государственное бюджетное учреждение науки  
Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН

## Редакционная коллегия:

Главный редактор	С. И. Кабанихин
Зам. гл. редактора	Ю. М. Лаевский
Зам. гл. редактора	А. М. Мацокин
Отв. секретарь	Л. Ф. Васильева

## Члены редколлегии:

С. Н. Васильев, А. Ф. Воеводин, Ю. С. Волков, С. К. Годунов,  
Б. С. Елепов, В. П. Ильин, Б. А. Каргин, А. Н. Коновалов, В. И. Кузин,  
Ю. А. Кузнецов, В. Э. Малышкин, Г. А. Михайлов, В. Г. Романов,  
Е. Е. Тыртышников, А. М. Федотов, В. В. Шайдуров, Ю. И. Шокин

Зав. редакцией Л. Ф. Васильева

*Научные направления журнала:* теория и практика вычислительных методов математики, математической физики и других прикладных областей; математические модели теории упругости, гидродинамики, газовой динамики и геофизики; распараллеливание алгоритмов; модели и методы биоинформатики.

Журнал реферируется в «SCOPUS», «Zentralblatt Math», «Academic OneFile», «SCImago», «NA DIGEST», «EI-Compendex», «Expanded Academic», «Google Scholar», «OCLC», «Springer», «Summon by ProQuest».

*Начиная с 2008 г. журнал переводится на английский язык и издается издательством «Springer» под названием «Numerical Analysis and Applications».*

*Правила представления рукописей:* рукописи, предназначенные для публикации в журнале, должны быть посланы в адрес редакции в двух экземплярах, написаны на русском или английском языках объемом не более 14 с., размер текста на странице 225x155 мм, шрифт 11 pt. Статьи должны быть также представлены в электронной форме (файл PDF, файл в  $\text{\LaTeX}$ -е со вставленными рисунками в форматах: PNG или PCX, или BMP, или EPS, или CDR). К статье должны быть приложены: заключение экспертного совета, английское название статьи и транслитерация фамилий авторов (для русскоязычной публикации), аннотации на русском и английском языках, код(ы) классификации УДК, ключевые слова и фразы и полная информация об авторах, а также заполненный бланк Договора о передаче авторских прав с электронной подписью без указания номера, тома и года выхода публикации. Публикации статей бесплатны для всех. Электронные версии статей могут быть присланы по электронной почте.

Присланные в журнал рукописи статей не возвращаются.

Адрес редакции: Редакция СибЖВМ, ИВМиМГ СО РАН,  
просп. Акад. Лаврентьева, 6, Новосибирск, 630090, Россия.

Тел.: (383)330-87-27. Факс: (383)330-87-83.

E-mail: sibjnm@sccc.ru

<http://www.sccc.ru/SibJNM>

© ИВМиМГ СО РАН, 2015

## Содержание

<b>Александров В.М.</b> Вычисление оптимального управления линейной системой с инерционным управлением . . . . .	1
<b>Артемьев С.С., Иванов А.А., Смирнов Д.Д.</b> Новые частотные характеристики численного решения стохастических дифференциальных уравнений . . . . .	15
<b>Боровко И.В., Крупчатников В.Н.</b> Математическое моделирование реакции циркуляции Гадлея и стратификации внетропической тропосферы на изменения климата с помощью спектральной модели общей циркуляции атмосферы . . . . .	27
<b>Гервич Л.Р., Кравченко Е.Н., Штейнберг Б.Я., Юрушкин М.В.</b> Автоматизация распараллеливания программ с блочным размещением данных . . . . .	41
<b>Козак А.В., Ханин Д.И.</b> Приближенное решение больших систем уравнений с многомерными теплицевыми матрицами . . . . .	55
<b>Моханти Р.К., Талвар Дж.</b> Новый явный групповой метод типа переменных направлений для нелинейных сингулярных двухточечных краевых задач на переменной сетке . . . . .	65
<b>Тараканов В.И., Дубовик А.О.</b> Итерационный алгоритм нахождения спектра квадратичного пучка операторов в гильбертовом пространстве . . . . .	79
<b>Хатунцева О.Н.</b> Метод описания процессов теплопроводности во фрактальных системах с использованием масштабной переменной . . . . .	95

УДК 519.626.1

## Вычисление оптимального управления линейной системой с инерционным управлением\*

В.М. Александров

Институт математики им. С.Л. Соболева Сибирского отделения Российской академии наук, просп. Акад. В.А. Коптюга, 4, Новосибирск, 630090

E-mails: vladalex@math.nsc.ru, alexhome@yandex.ru

**Александров В.М.** Вычисление оптимального управления линейной системой с инерционным управлением // Сиб. журн. вычисл. математики / РАН. Сиб. отд-ние. — Новосибирск, 2015. — Т. 18, № 1. — С. 1–13.

Вычисление оптимального по быстродействию инерционного управления состоит из решения трех подзадач: 1) вычисления оптимального управления в предположении безынерционности управления; 2) нахождения оптимального времени переключения управления; 3) вычисления отклонения, вызванного инерционностью, и коррекции времени и моментов переключений. Рассмотрены особенности подзадач и даны методы их решения. Дан способ задания начального приближения. Приведены вычислительный алгоритм, результаты моделирования и численных расчетов.

**Ключевые слова:** оптимальное управление, быстродействие, момент переключения, инерционное переключение, безынерционное переключение, фазовая траектория.

**Aleksandrov V.M.** Computing of optimal inertial control with a linear system // Siberian J. Num. Math. / Sib. Branch of Russ. Acad. of Sci. — Novosibirsk, 2015. — Vol. 18, № 1. — P. 1–13.

Computing of time-optimal inertial control amounts to solving the three problems: 1) computing of optimal control on the assumption that the control is without inertia; 2) finding the optimal switching time of the control; 3) calculating of the error induced by the time lag of the control followed by correcting the control time and switching moments. Characteristics of the problems are considered and methods of their solution are given. A way of assignment of initial approximation is presented. A computational algorithm, results of modeling and numerical computations are performed.

**Key words:** optimal control, speed, switching moment, inertial switching, non-inertial switching, phase trajectory.

---

## 1. Введение

Вычисление оптимального управления по различным критериям качества представляет значительный теоретический и практический интерес. Одним из важнейших критериев является быстродействие. При вычислении оптимального по быстродействию управления линейными системами предполагается, что управление может принимать свои предельно допустимые значения мгновенно, что физически не реализуемо. На практике процесс переключения управления происходит во времени, т. е. процесс переключения является инерционным и время переключения может быть соизмеримо с временем

---

\*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект № 13-01-00329а) и Сибирского отделения РАН (междисциплинарный проект № 80).