

УДК 515.1

---

Интернет-магазин

**MAHES**

<http://shop.rcd.ru>

- физика
- математика
- биология
- нефтегазовые технологии



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту № 04-01-14060.

---

Топологическая библиотека. Том II. Характеристические классы и гладкие структуры на многообразиях. — Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2005. — 400 с.

Этот сборник, несколько условно разбитый на три тома, содержит оригинальные и ставшие уже классическими работы по топологии, отражающие ее развитие в 1950–60-ых годах. Многие оригинальные методы и конструкции из этих работ до сих пор не нашли удачного изложения в учебной литературе. Книга рекомендуется специалистам по математике и студентам и аспирантам, изучающим топологию.

**ISBN 5-93972-390-X**

© Институт компьютерных исследований, 2005

<http://rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

# Оглавление

Предисловие С. П. Новикова . . . . .	7
--------------------------------------	---

<b>1</b> $\diamond$ <b>Д. Милнор. О многообразиях, гомеоморфных семимерной сфере.</b> (Перевод с английского А. С. Шварца)	<b>9</b>
§ 1. Инвариант $\lambda(M^7)$ . . . . .	10
§ 2. Частичная характеристика $n$ -мерной сферы . . . . .	12
§ 3. Примеры семимерных многообразий . . . . .	14
§ 4. Смешанные результаты . . . . .	17
Литература . . . . .	18

<b>2</b> $\diamond$ <b>Д. Милнор. Лекции о характеристических классах.</b> (Перевод с английского А. М. Виноградова и А. И. Фета)	<b>19</b>
§ I. Пучки векторных пространств . . . . .	19
§ II. Классы Штифеля–Уитни . . . . .	23
§ III. Приложения . . . . .	25
§ IV. Числа Штифеля–Уитни . . . . .	30
§ V. Паракомпактность . . . . .	32
§ VI. Кольцо когомологий $H^*(G_n; Z_2)$ . . . . .	37
§ VII. Существование классов Штифеля–Уитни . . . . .	42
§ VIII. Ориентированные пучки . . . . .	48
§ IX. Вычисления в дифференцируемых многообразиях . . . . .	51
§ X. Препятствия . . . . .	62
§ XI. Пучки комплексных векторных пространств . . . . .	67
§ XII. Классы Понтрягина . . . . .	79
§ XIII. Числа Понтрягина . . . . .	87
§ XIV. Кобордизм . . . . .	95
§ XV. Теорема о сигнатуре . . . . .	109
§ XVI. Комбинаторные классы Понтрягина . . . . .	117
Приложение. Изоморфизм Тома $\psi$ . . . . .	130
Литература . . . . .	135

**3 ◇ М. Кервер и Дж. Милнор. Группы гомотопических сфер.** (Перевод с английского Я. В. Базайкина под редакцией И. А. Тайманова) **139**

§ 1.	Введение . . . . .	139
§ 2.	Конструкция группы $\Theta_n$ . . . . .	140
§ 3.	Гомотопические сферы $s$ -параллелизуемы . . . . .	144
§ 4.	Какие гомотопические сферы ограничивают параллелизуемые многообразия? . . . . .	146
§ 5.	Сферические перестройки . . . . .	149
§ 6.	Оснащенные сферические перестройки . . . . .	157
§ 7.	Группы $bP_{2k}$ . . . . .	165
§ 8.	Когомологическая операция . . . . .	170
	Литература . . . . .	177

**4 ◇ С. П. Новиков. Гомотопически эквивалентные гладкие многообразия** **181**

ГЛАВА 1.	<b>Основная конструкция</b> . . . . .	185
§ 1.	Перестройка Морса . . . . .	185
§ 2.	Относительные $\pi$ -многообразия . . . . .	188
§ 3.	Общая конструкция . . . . .	192
§ 4.	Реализация классов . . . . .	195
§ 5.	Многообразия в одном классе . . . . .	216
§ 6.	Одно многообразие в разных классах . . . . .	221
ГЛАВА 2.	<b>Обработка результатов</b> . . . . .	236
§ 7.	Пространство Тома нормального пучка. Его гомотопическая структура . . . . .	236
§ 8.	Препятствия к диффеоморфизму многообразий, имеющих общий гомотопический тип и стабильный нормальный пучок	244
§ 9.	Изменение гладкой структуры при сохранении триангуляции	247
§ 10.	Изменение гладкости при сохранении триангуляции. Перестройка Морса . . . . .	266
ГЛАВА 3.	<b>Следствия и приложения</b> . . . . .	284
§ 11.	Гладкие структуры на прямом произведении сфер . . . . .	284
§ 12.	Многообразия малых размерностей. Случай $n = 4, 5, 6, 7$ . . . . .	293
§ 13.	Связная сумма многообразия со сферой Милнора . . . . .	297

§ 14. Нормальные пучки гладких многообразий . . . . .	300
<b>Приложение 1.</b> Гомотопический тип и классы Понтрягина . . . . .	302
<b>Приложение 2.</b> Комбинаторная эквивалентность и теория микропучков Милнора . . . . .	304
<b>Приложение 3.</b> О группах $\theta^{4k-1}(\partial\pi)$ . . . . .	309
<b>Приложение 4.</b> Вложение гомотопических сфер в евклидово простран- ство и стабильный гомоморфизм надстройки . . . . .	312
Литература . . . . .	316

## 5 $\diamond$ *С. П. Новиков.* Рациональные классы Понтрягина. Гомеоморфизм и гомотопический тип замкнутых многообразий 319

§ 1. Сигнатура цикла и ее свойства . . . . .	321
§ 2. Основная лемма . . . . .	323
§ 3. Теоремы о гомотопической инвариантности. Обобщенная формула сигнатуры . . . . .	326
§ 4. Теорема о топологической инвариантности . . . . .	331
§ 5. Следствия теоремы о топологической инвариантности . . . . .	333
Литература . . . . .	337

## 6 $\diamond$ *С. П. Новиков.* О многообразиях со свободной абелевой фундаментальной группой и их применениях 339

§ 1. Формулировка результатов . . . . .	343
§ 2. Схема доказательств основных теорем . . . . .	344
§ 3. Геометрическая лемма . . . . .	347
§ 4. Аналог теоремы Гуревича . . . . .	351
§ 5. Функтор $P = \text{Hom}_c$ и его применение к изучению гомоло- гических свойств отображений степени 1 . . . . .	355
§ 6. Стабильная свобода модулей ядер при условиях теоре- мы 3 . . . . .	362
§ 7. Гомологический эффект перестройки Морса . . . . .	364
§ 8. Доказательство теоремы 3 . . . . .	366
§ 9. Доказательство теоремы 6 . . . . .	367
§ 10. Одно обобщение теоремы 5 . . . . .	370

<b>Приложение 1.</b> О формуле сигнатуры . . . . .	372
--	-----

<b>Приложение 2.</b> Нерешенные вопросы, связанные с теорией характеристических классов . . . . .	378
---	-----

<b>Приложение 3.</b> Алгебраические замечания о функторе $P = \text{Hom}_c$ . .	384
Литература . . . . .	386

<b>7</b> $\diamond$ <i>Р. Кирби.</i> <b>Стабильные гомеоморфизмы и гипотеза кольца.</b> ( <i>Перевод с английского И. А. Тайманова</i> )	<b>389</b>
--	------------