



Министерство сельского хозяйства
Российской Федерации
Федеральное государственное
бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Самарская государственная
сельскохозяйственная академия»

Кафедра «Физика, математика
и информационные технологии»

О. Н. Беришвили, С. В. Плотникова

Математика. Математическая статистика

Методические указания для практических занятий

Часть I

Кинель
РИЦ СГСХА
2015

УДК 519.2
ББК 74.58
Б-48

Беришвили, О. Н.

Б-48 Математика. Математическая статистика : методические указания для практических занятий. Ч. I / О. Н. Беришвили, С. В. Плотникова. – Кинель : РИЦ СГСХА, 2015. – 79 с.

Методические указания включают теоретические положения, примеры решения типовых задач, материалы для самостоятельной работы и контроля знаний студентов. Учебное издание предназначено для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 35.03.06 «Агроинженерия» сельскохозяйственных вузов всех форм обучения.

© Беришвили О. Н., Плотникова С. В., 2015
© ФГБОУ ВО Самарская ГСХА, 2015

Предисловие

В профессиональной деятельности агроинженерам приходится иметь дело с массовыми явлениями: множество участков земли, машин, работников, видов продукции и показателей ее качества, данных полевых экспериментальных опытов и др. Изменяющиеся количественные характеристики этих явлений требуют обобщения, оценки достоверности. В связи с чем, математическая статистика является важной составляющей системы фундаментальной подготовки современного инженера аграрного производства, обеспечивающей ему профессиональную компетентность и конкурентоспособность.

Предлагаемые методические указания подготовлены в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования и программой курса «Математика» для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки «Агроинженерия».

Цель методических указаний – формирование у студентов комплекса компетенций, соответствующих их направлению подготовки, и необходимых для эффективного решения будущих профессиональных задач. В результате изучения данного материала студент должен знать основы статистического описания данных, статистические оценки, схему и критерии проверки статистических гипотез, методы статистического анализа, основы корреляционно-регрессионного анализа и факторного анализа; уметь вычислять числовые характеристики случайных величин, применять статистические оценки при обработке экспериментальных данных, вычислять коэффициент корреляции, находить уравнения линий регрессии; владеть навыками использования методов математической статистики при обработке результатов эксперимента.

Материал учебного издания направлен на формирование у студентов следующих общекультурных и профессиональных компетенций: владение культурой мышления, способность к восприятию, обобщению и анализу, информации, постановке цели и выбору путей ее достижения; способность к саморазвитию, повышению своей квалификации и мастерства, владение навыками самостоятельной работы; готовность к обработке результатов экспериментальных исследований.

В методических указаниях рассмотрены основные понятия и категории математической статистики, методы построения рядов распределения и расчета их статистических характеристик, выборочный метод и приемы оценки статистических гипотез, корреляционно-регрессионный и дисперсионный методы анализа массовых данных, с которыми работают специалисты инженерного профиля и научные сотрудники.

Методические указания содержат основные положения теории, формулы, определения, необходимые для решения задач. В учебном издании приводятся подробные решения типовых задач, поясняющих теоретический материал; содержательные примеры, иллюстрирующие приемы обработки экспериментальных данных; контрольные вопросы; задачи для аудиторного решения и задачи для самостоятельного решения, позволяющие закрепить приобретенные на практических занятиях навыки решения задач и оценить степень подготовленности по данной теме.

Методические указания имеют прикладную направленность и найдут конкретное применение в общепрофессиональных и специальных дисциплинах, изучаемых бакалаврами, могут быть использованы магистрами, аспирантами, преподавателями и специалистами сельского хозяйства.

Тема 1. Основы статистического описания. Генеральная и выборочная совокупность. Вариационный ряд, его числовые характеристики и графическое представление. Эмпирическая функция

Математическая статистика разрабатывает методы регистрации, описания и анализа статистических совокупностей.

Под *статистической совокупностью* понимается множество единиц (фактов), каждая из которых обладает таким свойством, которым обладают и другие единицы. Например, о работниках сельскохозяйственной организации можно говорить как о статистической совокупности, поскольку каждый из них имеет трудовые отношения (определяющее свойство) с этой организацией.

Получение значений признака по всем единицам статистической совокупности возможно на основе изучения всей совокупности или же только ее части. Второй способ – несплошное наблюдение – предпочтителен при ограниченности времени или ресурсов на исследование, а в ряде случаев он является единственно возможным. Среди способов несплошного наблюдения основным является выборочное наблюдение.

Выборочное наблюдение – это наблюдение за специально отобранной из исходной статистической совокупности частью единиц с целью получения полных и объективных характеристик всей совокупности.

Генеральная совокупность – это исходная статистическая совокупность, по которой должны быть получены статистические характеристики (параметры).

Выборочная совокупность (выборка) – это специально отобранная часть генеральной совокупности.

Выборка должна быть *репрезентативной* (представительной), т.е. правильно отражать пропорции генеральной совокупности. Проведение выборки предполагает выполнение двух основных условий: каждая единица, входящая в генеральную совокупность, должна иметь в сравнении с другими единицами равную вероятность попадания в выборку; число единиц в выборке должно быть достаточно большим.

Количество элементов в статистической совокупности называется ее *объемом* и обозначается: N – объем генеральной совокупности, n – объем выборки.

Пусть из генеральной совокупности извлекается выборка, при этом, значение x_1 наблюдается n_1 раз, x_2 – n_2 , ..., x_k – n_k раз.

Возможные значения исследуемого признака X : x_1, x_2, \dots, x_n называют *вариантами*, число наблюдений n_i – *частотами*. Сумма всех частот равна объему выборки n

$$\sum_{i=1}^k n_i = n \quad (\sum f_i = n). \quad (1)$$

Отношения частот к объему выборки $W_i = \frac{n_i}{n}$ называют *относительными частотами (частотами)*. Сумма относительных частот равна единице: $\sum W_i = 1$.

Накопленная частота $n_i^{\text{нак}}$ показывает, сколько наблюдалось вариант со значением признака, меньшим x .

Отношение накопленной частоты к общему числу наблюдений называется *накопленной относительной частотой (частотой)*:

$$W_i^{\text{нак}} = \frac{n_i^{\text{нак}}}{n}. \quad (2)$$

Перечень вариантов, расположенных в порядке возрастания, и соответствующих им частот, называют *вариационным рядом или статистическим распределением выборки*.

Форма построения вариационного ряда зависит от характера изменения изучаемого признака. Различают два вида изменчивости: *дискретную* (прерывистую) и *непрерывную*. Поэтому вариационный ряд может быть построен в форме дискретного или интервального ряда.

Дискретный вариационный ряд можно рассматривать как преобразование ранжированного ряда, при котором перечисляются отдельные значения признака, и указывается их частота.

Если число вариантов велико или признак имеет непрерывную вариацию, то строится интервальный вариационный ряд, в котором отдельные варианты объединяются в интервалы (группы).

Интервальный ряд распределения строят на основе ранжированного ряда в следующей последовательности:

- 1) Определение количества интервалов

$$l = 1 + 3,322 \lg N \quad \text{или} \quad l \approx \sqrt{N}; \quad (3)$$

- 2) Вычисление шага интервала

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{l}; \quad (4)$$

- 3) Определение границ интервалов (за начало первого интервала рекомендуется принимать

$$x_{\text{нач}} = x_{\min} - \frac{h}{2}; \quad (5)$$

- 4) Подсчет числа единиц в каждом из интервалов;

- 5) Табличное оформление интервального ряда.

К наиболее распространенным видам графического изображения вариационных рядов относятся *полигон*, *гистограмма*, *кумулята*, *огива*. Графическое изображение рядов с помощью полигона или гистограммы позволяет получить наглядное представление о закономерности варьирования наблюдаемых значений случайной величины.

Для построения полигона частот на оси абсцисс откладывают варианты x_i , а на оси ординат – соответствующие им частоты n_i . Точки (x_i, n_i) соединяют отрезками прямых и получают полигон частот.

Полигон обычно используют для изображения дискретного вариационного ряда, реже для интервального.

Гистограммой частот называют ступенчатую фигуру, состоящую из прямоугольников, основаниями которых служат частичные интервалы длиной h , а высоты равны частотам (или частостям). В случае неравенства интервалов гистограмма строится по плотности распределения ($\frac{n_i}{h}$ – плотность частоты).

Для построения кумуляты на оси абсцисс откладывают варианты x_i , а на оси ординат – накопленные частоты $n_i^{\text{нак}}$, полученные точки соединяют отрезками и получают ломаную.

Огиву можно получить, если поменять местами оси координат в кумуляте.