

Федеральное агентство по образованию
ГООУ ВПО Тульский государственный педагогический университет
им. Л. Н. Толстого

Р. Р. Яфаева, Ю. И. Богатырёва

МАТЕМАТИКА И ИНФОРМАТИКА

Учебно-методическое пособие

*Допущено Учебно-методическим объединением
по направлениям педагогического образования
Министерства образования и науки РФ в качестве
учебного пособия для студентов высших учебных заведений,
обучающихся по направлению 050700 «Педагогика»*

В 2 частях

Часть 1: ЛЕКЦИИ

Тула
Издательство ТГПУ им. Л.Н. Толстого
2010

ББК 22.1я73+32.81я73
Я89

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор *В. И. Желтков*
(Тульский государственный университет);
кандидат педагогических наук, доцент *О. В. Чукаев*
(Тульский государственный педагогический
университет им. Л. Н. Толстого)

Яфаева, Р. Р.

Я89 Математика и информатика: Учеб.-метод. пособие: В 2 ч.
Ч. 1: Лекции / Р. Р. Яфаева, Ю. И. Богатырёва. – Тула: Изд-во Тул.
гос. пед. ун-та им. Л. Н. Толстого, 2010. – 104 с.

В пособии представлены основные положения дисциплины «Математика и информатика», адаптированные для студентов направления подготовки «Педагогика». Математика представлена следующими разделами: аксиоматический метод построения математических теорий, комбинаторика, теория множеств, понятия и свойства вероятностей, элементы математической статистики. Информатика представлена разделами: понятие, свойства и измерение информации; алгоритмы и языки программирования; понятие и компоненты программного и аппаратного обеспечения современной компьютерной техники.

Практические задания направлены на формирование умений использовать современные информационные технологии и стандартное программное обеспечение в профессиональной деятельности педагога. Представленные примеры решения задач позволяют использовать пособие для организации самостоятельной работы студентов.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 050700 «Педагогика».

ББК 22.1я73+32.81я73

© Р. Р. Яфаева, Ю. И. Богатырёва, 2010
© Издательство
ТГПУ им. Л. Н. Толстого, 2010

Пояснительная записка

Программа дисциплины «Математика и информатика» построена с учетом того, что математическое образование и информационная культура являются сегодня важнейшими составляющими фундаментальной базовой подготовки бакалавра по направлению 050700 «Педагогика». Это требование определяется ролью математики и информатики в современном мире, их активным, возрастающим проникновением во все сферы человеческой деятельности. Математика является не только мощным средством решения прикладных задач, но и универсальным языком науки, фундаментом интеллектуального развития личности. Применение современных методов предметной области информатика как научной области знания позволяет эффективнее и качественнее решать как учебные, так и будущие профессиональные задачи. Освоение разделов информатики формирует логический, алгоритмический стиль мышления, информационную и коммуникационную компетентность выпускника вуза.

Программа курса ориентирована на формирование у студентов широкого взгляда на развитие фундаментальных математических идей и концепций, целостных представлений об основных этапах становления математики, ее истории, методологии и философии.

Подготовка в области математики и информатики с использованием данного учебного пособия носит дифференцированный характер в зависимости от уровня предшествующей подготовки студентов, от их профильной ориентации, профессиональных предпочтений и интересов.

Изучение дисциплины основывается на следующих принципах подготовки студентов в области математики, информатики, применения информационных технологий в будущей профессиональной деятельности:

- 1) ориентация на особенности применения информационных и коммуникационных технологий по направлению подготовки отражена в практических заданиях при освоении стандартного программного обеспечения профессиональной деятельности;
- 2) отражение состояния процесса информатизации и глобальной массовой коммуникации современного общества осуществляется на лекционных занятиях при изучении общих вопросов информатики;

3) отражение основных компонентов деятельности педагога с использованием современных информационных технологий рассмотрено на применении стандартного программного обеспечения;

4) обеспечение программы обучения студентов с учетом потребностей профессиональной сферы их будущей деятельности представлено в специально созданных заданиях, имеющих педагогическую направленность;

5) обеспечение основы для самостоятельного повышения образовательного уровня студентов в профессиональной сфере по вопросам использования средств информационных и коммуникационных технологий осуществляется в форме выполнений индивидуальных и практических заданий в LMS Moodle по каждой теме (<http://www.tspu.tula.ru/moodle/course>).

Бакалавр педагогики в результате изучения дисциплины Математика и информатика, должен: уметь использовать современные технологии сбора и обработки экспериментальных данных; владеть современными универсальными способами поиска и обработки профессиональной информации; уметь использовать методы математического моделирования в проектировании психолого-педагогических задач; систематически повышать свою профессиональную квалификацию в области информационных и коммуникационных технологий.

Профессионально-образовательные **задачи** подготовки бакалавра по дисциплине:

- уметь применять основные математические структуры, положения теории вероятностей и математической статистики к решению профессиональных задач;

- уметь осуществлять разнообразные виды самостоятельной деятельности по сбору, обработке, хранению, передаче и продуцированию информации;

- уметь решать задачи информационного характера в профессионально-образовательной области Педагогика;

- знать об информационных процессах, о представлении информации и методах ее обработки;

- иметь представление о процессах информатизации современного общества вообще и, в частности, информатизации гуманитарного, педагогического образования;

- использовать современные информационные технологии и стандартное программное обеспечение в профессиональной деятельности педагога;

– использовать в педагогических целях информационную образовательную среду;

– использовать методы математической статистики в психолого-педагогических исследованиях.

В ходе изучения дисциплины применяются следующие **образовательные технологии**:

– балльно-рейтинговая система оценки знаний студентов;

– элементы проблемного обучения при решении профессиональных задач с использованием математических структур;

– электронное обучение с использованием LMS Moodle;

– обучение на основе опыта при проведении лабораторных работ по освоению стандартного программного обеспечения.

I. Тезисы лекций

Тема 1. Математика. Аксиоматический метод

Цель: сформировать общее представление о развитии основных направлений математических идей и способа построений математических теорий с использованием аксиоматического метода.

Основные понятия: парадигма, аксиома, аксиоматический метод, буквенная алгебра, высказывание, математика, системы счисления, математическая логика, логическая операция, логическая функция, логические законы.

Рекомендуемая литература: [12, 15].

1.1. Философия науки и роль парадигм

Развитие науки, в отличие от обучения наукам, не является прямолинейным постепенным накоплением знаний в той или иной области. Современные исследования по истории науки сводятся к концепции парадигмы, разработанной Томасом Куном.

Парадигма – набор убеждений, ценностей и техник, разделяемых членами данного научного сообщества.

Согласно Куну, парадигмы играют в истории науки важную роль. Ранним стадиям наук свойственна конкуренция большого числа расходящихся воззрений на природу. Ни одно из них нельзя сразу отбросить как неверное, так как все они приблизительно соответствуют наблюдениям и научным методам своего времени. Правдоподобная теория, готовая объяснить большую часть имеющихся наблюдений, начинает играть роль доминирующей парадигмы. Когда парадигму принимает большая часть научного сообщества, она становится мощным катализатором научного прогресса и начинается следующая стадия – период нормальной науки. Нормальная наука занимается решением задач, результаты которых в основном предопределены самой парадигмой, т.е. цель состоит в дальнейшем оттачивании ведущей парадигмы, что способствует увеличению сферы ее применения. Но в какой-то момент времени может наступить кризис, порождающий конкуренцию двух парадигм, возникающий при неудачах решить некую научную задачу. Новая парадигма должна предложить решение ключевых проблем, где старая оказалась несостоятельной, а также сохранить способность решать задачи, какая была у старой парадигмы. Новая парадигма принимается мгновенно, что порождает научную революцию и новый качественный виток научной

мысли. После сдвига парадигмы старую теорию либо совсем отвергают, либо принимают как частный случай, для чего ее иначе формулируют и преобразуют.

1.2. Определение математики. Аксиоматический метод

Слово «математика» произошло от греч. μάθημα латинская транскрипция [mathēma], означающего «науку, знание, изучение», и греч. μαθηματικός, латинская транскрипция [mathēmatikē], означающего «любовь к познанию».

У представителей науки начала XIX в., не являющихся математиками, можно найти такие общедоступные определения математики:

Математика имеет своим объектом пространственные формы и количественные отношения действительного мира.

Ф. Энгельс

Математика – наука о величинах и количествах; все, что можно выразить цифрою, принадлежит математике. Математика может быть чистой и прикладной. Математика делится на арифметику и геометрию; первая располагает цифрами, вторая – протяжениями и пространствами. Алгебра заменяет цифры более общими знаками, буквами; аналитика добивается выразить все общими формулами, уравнениями, без помощи чертежа.

В. Даль

Современная математика насчитывает гораздо больше математических теорий: математическая статистика и теория вероятности, математическое моделирование, численные методы, теория групп, теория чисел, векторная алгебра, теория множеств, аналитическая и проективная геометрия, математический анализ и т. д.

Математика – наука, изучающая количественные и пространственные соотношения, в действительном мире и человеческом воображении.

... математика – это наука о следствиях из непротиворечивых наборов аксиом.

Википедия [27]

Несмотря на то, что математических теорий достаточно много и они, на первый взгляд, могут и не иметь ничего общего, внутренняя эволюция математической науки упрочила единство ее различных частей и создала центральное ядро. Существенным в этой эволюции является систематизация отношений, существующих между различными математическими теориями; ее итогом явилось направление, которое обычно называют «аксиоматический метод».

Для построения новой математической теории вводятся первичные понятия, порой неопределяемые, прочие понятия, изучаемые в теории, определяются через них. На основе понятий появляются некие утверждения, отражающие связи между понятиями, являющиеся очевидными фактами – аксиомами. Затем из понятий, аксиом и определений выводятся теоремы.

Аксиома – основное положение, самоочевидный принцип.

Аксиоматический метод – способ построения научной теории, при котором в основу теории кладутся некоторые исходные положения, называемые *аксиомами* теории, а все остальные предложения теории получаются как логические следствия аксиом.

Каждая математическая теория является цепочкой высказываний, которые выводятся друг из друга согласно правилам логики, т. е. объединяющим началом математики является «дедуктивное рассуждение». Развитие математической теории в таком стиле – это первый шаг по направлению к ее формализации. А сама теория становится рекурсивно структурированной, ее можно представить в виде матрешки, в которой понятия и их свойства как бы являются вложенными друг в друга.

Формализм – направление в математике, пытающееся получить решение проблем основания математики при помощи формально-аксиоматических построений.

Особая роль математики как дисциплины состоит в развитии интеллектуальных и творческих способностей человека, логического мышления. Все крупные технические достижения – от строительства зданий и мостов до использования атомной энергии, сверхзвуковой авиации и космических полетов – были бы невозможны без математики. Потребность в решении этих задач привела к созданию компьютеров, что привело к новой технической революции.

Людей, для которых знание математики является профессиональной потребностью, становится все больше. Но нужно ли учить математику всем? Невозможно рассматривать историю человечества, не затрагивая истории Культуры, истории Идей, высших достижений человеческого Разума. На вопрос «для чего нужно изучать математику?» ответил в XIII веке английский философ и естествоиспытатель Роджер Бэкон: «Тот, кто не знает математики, не может узнать никакой другой науки и даже не может обнаружить своего невежества».

1.3. Математика Древнего Вавилона

В 1849-1850 гг. в развалинах древнего города Ниневия была найдена древнейшая библиотека. Выяснилось, что почти за 2000 лет до н. э. были составлены таблицы умножения и таблицы квадратов последовательных целых чисел; для решения квадратных уравнений была разработана система действий, эквивалентная современной формуле. Но не были найдены рассуждения, приведшие к используемому алгоритму, т. е. математику Древнего Вавилона можно было назвать *рецептурной*, хотя неизвестно, каким образом были получены эти рецепты.

Для обозначения чисел вавилоняне пользовались двумя значками: вертикальным и горизонтальным клиньями. Числа от 1 до 9 записывались с помощью соответствующего числа вертикальных клиньев; 10 – горизонтальный клин, 60 – снова вертикальный клин. Данную систему нельзя назвать совершенной, так как одна комбинация могла обозначать различные числа. Такая неоднозначность записи объяснялась тем, что у вавилонян не было нуля.

Следы вавилонской нумерации сохранились до сих пор: 1 час = 60 минут, 1 минута = 60 секунд; аналогично при делении окружности на градусы, минуты, секунды. Такая традиция пришла из астрономии. Вавилоняне проводили систематические наблюдения за звездным небом, составляли календарь, вычисляли периоды обращения Луны и всех планет, могли предсказывать солнечные и лунные затмения. Эти знания астрономии впоследствии перешли к грекам, которые вместе с астрономическими таблицами заимствовали и шестидесятеричную нумерацию.

При развитии математики первоначально формируются понятия «больше», «меньше», «равно», все это тесно связано с конкретными предметами. Счет предметов производили чаще всего с помощью пальцев. Поэтому самыми распространенными являются десятичная или двадцатеричная системы счисления.

1.4. Геометрическая алгебра Древней Греции

VII–V вв. до н. э. ознаменовались для Греции великими событиями: создание демократического государства, создание математики как абстрактной теоретической науки, основанной на системе доказательств, возникновение жанров трагедии и комедии.

В основу математических доказательств легли опыты Фалеса. Фалес Милетский (ок. 625 – ок. 547 до н. э.) – древнегреческий философ,

родоначальник античной философии. Он создал метод доказательства. Доказательство служит для установления истинности того или иного математического предложения. Доказательства выявляют связи между математическими предложениями, позволяют установить, от каких посылок это предложение зависит, а также дают возможность классифицировать математические предложения. Некоторые теоремы могут иметь много различных доказательств, которые позволяют установить связи рассматриваемой теоремы с другими частями математики.

Систематическое введение доказательств в математику стимулировало ее быстрое развитие. В Греции V–III вв. до н. э. были созданы первые математические теории: система евклидовой геометрии; элементарная теория чисел; теория конических сечений; первая теория действительных чисел; элементы теории пределов.

Окончательное преобразование математической науки из рецептурной (Египет, Вавилон) в доказательную произошло в школе Пифагора. Около 530 г. до н. э. Пифагор приехал с острова Самос, своей родины, в Кротон (Южная Италия), где и основал пифагорейский союз.

К математическим наукам пифагорейцы относили арифметику, геометрию, астрономию, музыку (ноту можно связать с числом: высота звучания струны зависит от ее длины).

Геометрическая алгебра представляет собой часть античной математики, в которой было построено прямое исчисление отрезков и площадей. Сложение отрезков осуществлялось геометрически – путем приставления одного к другому, вычитание – путем выкидывания из большего отрезка части, равной меньшему. Произведением двух отрезков назывался построенный на них прямоугольник. Исчисление, определенное в геометрической алгебре, было «ступенчатым». Первую ступень составляли отрезки, вторую – площади фигур (в основном рассматривались треугольники и прямоугольники), третью – объемы. С помощью «геометрической алгебры» стало возможным изучение общих свойств алгебраических операций, например $a+b=b+a$, $(a+b)^2=a^2+b^2+2ab$ и др.

В Древней Греции дифференцировалось обучение математике: молодые люди аристократического происхождения изучали математику как логическую систему, а ремесленники воспринимали математику лишь как сборник рецептов при решении стандартных вопросов их специальности. С этого времени берет свое начало и разделение математики на *чистую* и *прикладную*.