Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

А. Ю. Левин

ВОПРОСЫ КАЧЕСТВЕННОЙ ТЕОРИИ ОБЫКНОВЕННОГО ЛИНЕЙНОГО ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Монография

Ярославль 2011

УДК 517.925.56, 517.926.4, 517.948.3
ББК В161.61я43
Л36

Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве научного издания. План 2010/2011 учебного года

Рецензенты:
д-р физ.-мат. наук, профессор Б. Н. Садовский;
кафедра математического моделирования
Воронежского государственного университета.

Л е в и н, А. Ю. Вопросы качественной теории обыкновенного линейного
Л36 дифференциального уравнения: монография / науч. ред. С. Д. Глызин; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова — Ярославль: ЯрГУ, 2011. — 230 с.
ISBN 978–5–8397–0797–9.

Настоящее издание представляет собой монографию, составленную по докторской диссертации известного математика, профессора Анатолия Юрьевича Левина (1936 – 2007).

Для широкого круга специалистов, аспирантов, студентов, интересующихся качественной теорией обыкновенных дифференциальных уравнений.

Ил. 1. Библиогр.: 151 назв.

УДК 517.925.56, 517.926.4,
517.948.3
ББК В161.61я43

ISBN 978–5–8397–0797–9

О докторской диссертации А. Ю. Левина

Докторская диссертация А. Ю. Левина — выдающийся вклад в качественную теорию линейного обыкновенного дифференциального уравнения n-го порядка

$$Lx = x^{(n)} + p_1(t)x^{(n-1)} + \cdots + p_n(t)x = 0. \tag{1}$$

Диссертация А. Ю. Левина является итогом его исследований, выполненных в течение 1960–1969 годов. Ряд важных и интересных результатов получены им также для систем линейных дифференциальных уравнений и интегральных уравнений Фредгольма. Но, как отмечает А. Ю. Левин, системы дифференциальных уравнений и интегральные уравнения рассмотрены под углом зрения, связанным со спецификой дифференциального уравнения n-го порядка.

Результаты Левина были высоко оценены М. Г. Крейном, В. А. Якубовичем, Д. В. Аносовым и другими известными математиками. Тем не менее диссертация не была утверждена ВАКом. Экспертная комиссия ВАКа по математике руководствовалась при этом совсем не научными соображениями. В эти годы экспертная комиссия использовалась как государственная дубина для подавления некоторых неугодных математических школ.

Перейдем к содержанию диссертации. Диссертация состоит из четырех глав. Сразу отметим, что часть результатов первой и второй главы анонсированы в кратких заметках в Докладах АН СССР и не публиковались подробные доказательства этих результатов в общедоступных журналах. К этому вопросу мы еще вернемся.

Первая глава (самая большая по объему) начинается с рассмотрения уравнения (1) с комплекснозначными коэффициентами $p_i(t)$, $i = 1, 2, \ldots, n+1$, локально суммируемыми в $(a, b]$. Ставится следующая задача: как должны вести себя коэффициенты уравнения (1) в окрестности точки a, чтобы задача Коши $x^{(i)}(a) = c_i$, $i = 0, 1, \ldots, n-1$ имела решение при любых c_i, $i = 0, 1, \ldots, n-1$? На этот вопрос дается исчерпывающий ответ. Получены необходимые и достаточные условия разрешимости задачи Коши в явном виде. Интересен метод доказательства этого результата. Задача сводится к вопросу о разрешимости задачи Коши для системы уравнений первого порядка, и используется тот факт, что дополнительное слагаемое с суммируемой на $[a, b]$ матрицей коэффициентов не влияет на разрешимость задачи Коши. После этого задача сводится к задаче с явно интегрируемой системой уравнений.

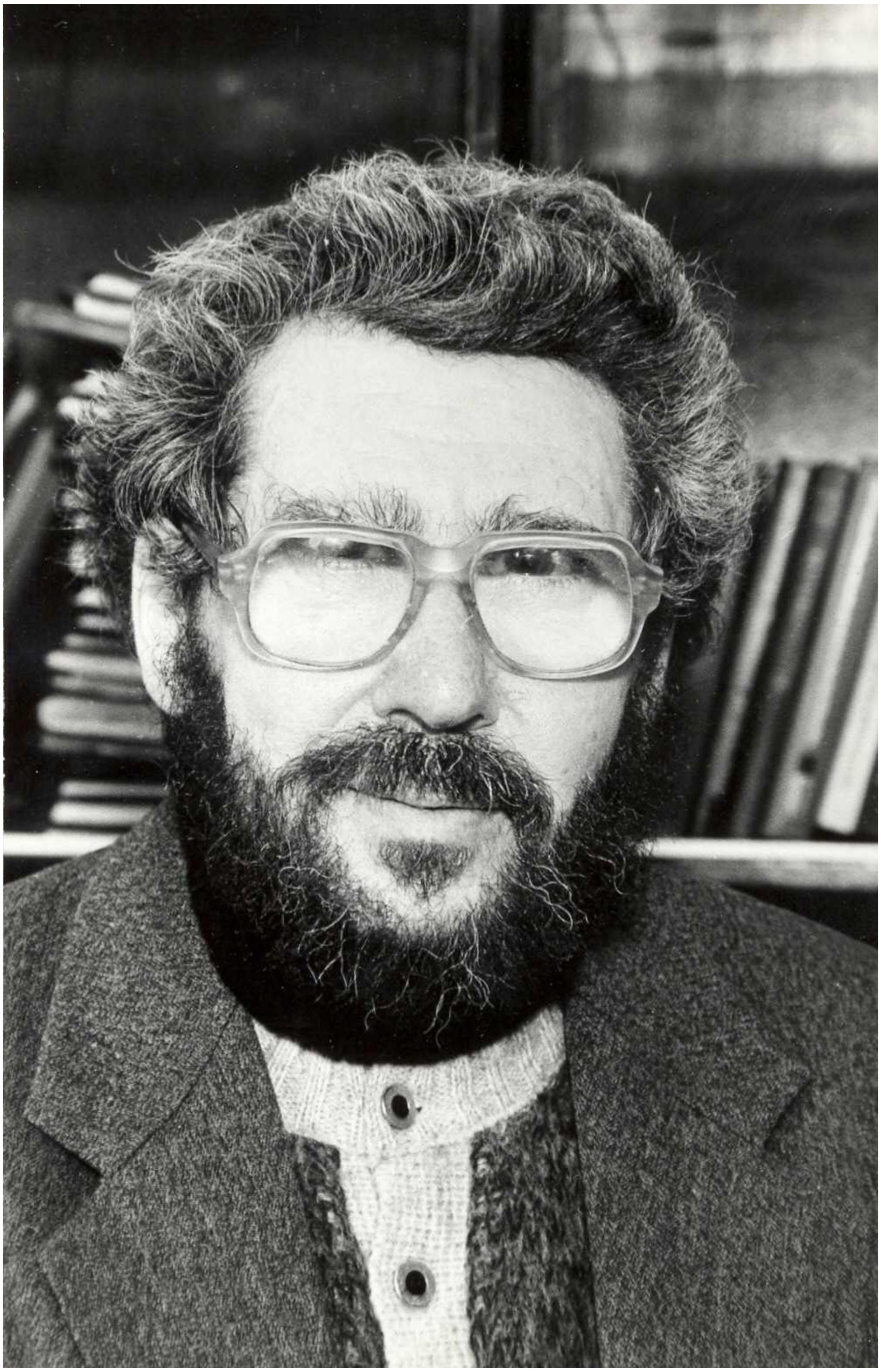
В качестве приложения существенно усиливается результат Э. Хилле [1] об асимптотике решений на бесконечном промежутке уравнения второго порядка

$$\ddot{x} + q(t)x = 0.$$

Во втором параграфе рассматривается задача о непрерывной зависимости решений линейных дифференциальных уравнений от параметра на конечном промежутке. Рассматривается последовательность матричных уравнений

$$\dot{X}_k = A_k(t)X_k + F_k, \quad X_k(a) = C, \quad k = 1, 2, \ldots \quad (a \leqslant t \leqslant b), \tag{2}$$

где матрицы $A_k(t)$, $F_k(t)$ суммируемы на $[a, b]$. Ставится следующая задача: при каких условиях на матрицы $A_k(t)$, $F_k(t)$ последовательность решений $X_k(t)$ системы (2) при любой матрице C сходится к матрице $X_0(t)$ равномерно на $[a, b]$? Метод решения этой задачи идейно близок к методу первого параграфа. Полученные достаточные условия в случае одного уравнения n-го порядка приводят к полному решению задачи —



Оглавление