МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

МЕХАНИКА

Часть 3

МЕХАНИКА ТВЕРДОГО ТЕЛА

Практикум

Составители:
Е. С. Рембеза,
В. И. Кукуев

Воронеж
Издательский дом ВГУ
2016

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА

М-3.1

ИЗУЧЕНИЕ ДВИЖЕНИЯ МАЯТНИКА МАКСВЕЛЛА

Цель работы: ознакомление с плоским движением твердого тела на примере маятника Максвелла и определение его момента инерции.

ВВЕДЕНИЕ

Плоское движение тела – это движение, при котором все точки тела перемещаются параллельно одной и той же неподвижной плоскости. Плоское движение слагается из **поступательного** с некоторой скоростью $\vec{V}_0$ и **вращательного** вокруг соответствующей оси с угловой скоростью $\vec{\omega}$. Скорость i-той элементарной массы тела равна

$$\vec{V}_i = \vec{V}_0 + [\vec{\omega} \times \vec{r}_i], \qquad (1)$$

где $\vec{V}_0$ – скорость некоторой точки тела, $\vec{r}_i$ – радиус-вектор, определяющий положение элементарной массы по отношению к этой точке. Если в качестве точки взять центр масс тела, то кинетическая энергия тела при плоском движении относительно оси вращения, проходящей через центр масс, выражается соотношением

$$E_к = \frac{mV_C^2}{2} + \frac{I_C\omega^2}{2}, \qquad (2)$$

где V_C – скорость центра масс, I_C – момент инерции тела относительно оси, проходящей через центр масс перпендикулярно плоскости, параллельно которой движутся все точки тела.

ОПИСАНИЕ МЕТОДА ИЗМЕРЕНИЙ И ПРИБОРА

Принцип работы прибора основан на фундаментальном законе физики – **законе сохранения энергии**, который гласит, что *механическая энергия консервативной системы во время движения системы не изменяется*.

Маятник Максвелла представляет собой однородный металлический диск (ролик), в середине которого укреплен металлический стержень (рис. 1). К концам этого стержня прикреплены две капроновые нити (то есть маятник подвешен бифилярно), которые наматываются на стержень от его концов к диску. При освобождении маятника он начинает движение: постуколонки и фиксировать в произвольно выбранном положении. Сам маятник Максвелла – это закрепленный на стрежне ролик 10, на который накладываются сменные кольца 11, подвешенный бифилярным способом. Мятник с наложенным кольцом удерживается в верхнем положении электромагнитом. Высота *h* определяется по миллиметровой шкале на колонке прибора. Для облегчения измерения *h* на нижнем кронштейне имеется черный указатель на высоте оптической оси нижнего фотоэлектрического датчика.

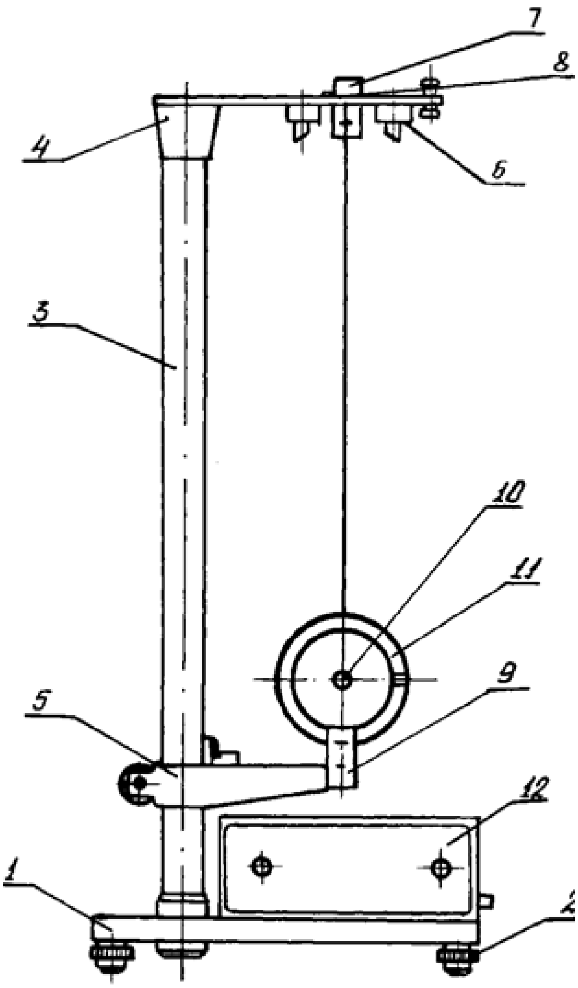

Рис. 2. Устройство маятника Максвелла

Электронная схема установки включает схему измерителя времени – миллисекундомера, помещенного в основании прибора, схемы фотоэлектрических датчиков и электромагнита. Элементы текущего обслуживания установки – клавиши «сеть», «пуск», «сброс» размещены на передней панели миллисекундомера.

При включении клавиши «сеть» загораются осветители фотодатчиков и индикатор секундомера. Нажатие клавиши «пуск» выключает электромагнит, и маятник начинает двигаться, открывая окошко верхнего фотодатчика и включая при этом миллисекундомер. В конце движения маятник перекрывает окошко нижнего фотодатчика и этим выключает миллисекундомер.

Нажатие клавиши «сброс» приводит к обнулению индикатора и выключению тормоза, чтобы можно было привести маятник в исходное состояние. Отжатие клавиши «пуск» включает тормоз, и прибор снова готов к опыту.

Данные установки

1. Масса стержня маятника $m_0 = (0{,}0330 \pm 0{,}0005)$ кг.
2. Масса ролика $m_p = (0{,}1200 \pm 0{,}0005)$ кг.
3. Масса заменяемых колец $m_к$: $(0{,}2590 \pm 0{,}0005)$ кг,
   $(0{,}3890 \pm 0{,}0005)$ кг,
   $(0{,}5240 \pm 0{,}0005)$ кг.
4. Диаметр оси маятника $D = (10{,}00 \pm 0{,}05)$ мм.

ПОРЯДОК ВЫПОЛНЕНИЯ РАБОТЫ

Подготовка установки к измерениям

Нижний кронштейн прибора зафиксировать в крайнем нижнем положении. На ролик маятника осторожно наложить кольцо, прижимая его до упора. Нажать клавишу «сеть».

Намотать нить подвески на стержень мятника и зафиксировать его. Проверить, соответствует ли нижняя поверхность кольца нулю шкалы на колонке. Если нет, обратиться к лаборанту. Нажать клавишу «пуск» миллисекундомера. Разблокировать гайку воротка для регулирования длины бифилярного подвеса. Проследить за тем, чтобы край стального кольца после опускания маятника находился на 2 мм ниже оптической оси нижнего фотодатчика. Одновременно скорректировать параллельность оси маятника основанию прибора и расположение ролика точно посередине установки. Блокировать вороток и отжать клавишу «пуск» миллисекундомера.

Измерения

1. Тщательно, виток к витку намотать на стержень нить подвески и зафиксировать маятник при помощи электромагнита.
2. Повернуть маятник в направлении его движения на угол около 5^{o}.
3. Нажать клавишу «сброс».
4. Нажать клавишу «пуск».
5. Прочитать измеренное значение времени на экране миллисекундомера. Повторить измерения времени 5 раз. Результаты занести в таблицу.

Таблица

№ кольца	$m_к$, кг	h, м	t_1, с	t_2, с	t_3, с	t_4, с	t_5, с	$< t >$, с	I, кг·м^2
1									
2									
3									

6. По шкале на вертикальной колонке прибора определить высоту h падения оси маятника.

7. Повторить все измерения с двумя другими кольцами.

8. По формуле (6) с использованием формулы (7) вычислить моменты инерции маятника.

9. Рассчитать погрешности измерения моментов инерции маятника Максвелла. Представить результаты с погрешностями, сделать выводы.

КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. Плоское движение. Кинетическая энергия при плоском движении.
2. Объяснить, как изменяется энергия маятника Максвелла при его движении из крайней верхней до крайней нижней точки траектории.
3. Вывод рабочей формулы для момента инерции маятника Максвелла на основе закона сохранения энергии.
4. Вывести рабочую формулу, используя уравнения движения системы.
5. Каковы возможные погрешности при определении момента инерции маятника Максвелла?
6. Вывод формулы погрешности момента инерции.

ЛИТЕРАТУРА

1. Сивухин Д. В. Общий курс физики / Д. В. Сивухин. – М. : Физматлит, 2005. – Т. 1. – 559 с.

2. Савельев И. В. Курс физики / И. В. Савельев. – СПб. : Лань, 2004. – Т. 1. – 432 с.

3. Матвеев А. Н. Механика и теория относительности / А. Н. Матвеев. – М. : Мир и образование, 2003. – 432 с.

4. Физический практикум. Механика и молекулярная физика / под ред. В. И. Ивероновой. – М. : Наука, 1967. – С. 137–138.

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА
М-3.2

ИЗУЧЕНИЕ ГЕОМЕТРИИ МАСС ТВЁРДЫХ ТЕЛ

Цель работы: экспериментальная проверка зависимости между моментами инерции тела относительно осей, пересекающихся в одной точке. Определение главных моментов инерции симметричных тел методом крутильного маятника.

Приборы и принадлежности: крутильный маятник, миллисекундомер с фотодатчиком, образцы.

ВВЕДЕНИЕ

Свяжем с твердым телом неразрывно некоторую произвольно выбранную систему координат XYZ, поместив ее начало в произвольной точке O. Пространственное распределение массы твердого тела относительно этой системы может быть описано шестью независимыми величинами, совокупность которых составляет так называемый тензор инерции. Тензор инерции можно представить в виде симметричной ($I_{jk} = I_{kj}$) матрицы:

$$\begin{pmatrix} I_{xx} & I_{xy} & I_{xz} \\ I_{yx} & I_{yy} & I_{yz} \\ I_{zx} & I_{zy} & I_{zz} \end{pmatrix},$$

где $I_{xx} = \sum m\left(y^2 + z^2\right)$, $I_{yy} = \sum m\left(x^2 + z^2\right)$, $I_{zz} = \sum m\left(x^2 + y^2\right)$, $I_{xy} = I_{xy} = -\sum mxy$, $I_{xz} = I_{zx} = -\sum mxz$, $I_{yz} = I_{zy} = -\sum myz$.

Здесь суммирование производится по всем элементарным массам, составляющим твердое тело. Диагональные компоненты тензора инерции, очевидно, являются *моментами инерции тела относительно осей OX, OY и OZ*. Они всегда положительны. В дальнейшем будем обозначать их I_x, I_y, I_z. Недиагональные элементы тензора называются *центробежными моментами инерции*. Эти элементы могут оказаться как положительными, так и отрицательными и равными нулю в зависимости от выбора системы координат. В частности, направления осей x, y, z всегда можно подобрать таким образом, чтобы все центробежные моменты инерции обратились в нуль. Тензор инерции будет иметь тогда диагональный вид:

ŋqdqɏeɎ bɆ dədɆbɎзə d ɕɔɑbɔɏ Ɉqddɏqɏè

$$\begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}.$$

Такие оси координат называются *главными осями инерции тела*, а моменты инерции I_x, I_y, I_z относительно этих осей – *главными моментами инерции тела.*

Нахождение главных осей очень упрощается в случаях симметричных тел. Так, легко показать, что если тело имеет ось симметрии, то одна из главных осей совпадает с этой осью, а две другие лежат в перпендикулярной к ней плоскости, причем ориентация их в этой плоскости произвольна. Если тело обладает плоскостью симметрии, то две главные оси лежат в этой плоскости, а третья к ней перпендикулярна и т. д.

Плоскость симметрии – это воображаемая плоскость, которая делит фигуру на две равные части так, что одна из частей является зеркальным отражением другой.

Ось симметрии – это воображаемая прямая линия, при повороте вокруг которой всегда на один и тот же угол происходит совмещение равных частей фигуры. Наименьший угол поворота вокруг оси, приводящий к такому совмещению, называется **элементарным углом поворота оси симметрии α**. Его величина определяет **порядок оси симметрии *n***, который равен отношению величины полной окружности к элементарному углу поворота $n = 360^0/\alpha^0$. Кристаллы могут иметь оси симметрии 2-го, 3-го, 4-го и 6-го порядков. В кубе, например, прямая, соединяющая центры параллельных граней – ось симметрии 4-го порядка, телесная диагональ – ось симметрии 3-го порядка, прямая, соединяющая середины параллельных ребер – ось симметрии 2-го порядка.

Центр симметрии – это такая точка внутри фигуры при проведении через которую любая прямая встретит на равном от нее расстоянии одинаковые и обратно расположенные части фигуры. Если каждая грань кристалла имеет себе равную и параллельную или обратно параллельную, то данный кристалл обладает центром симметрии.

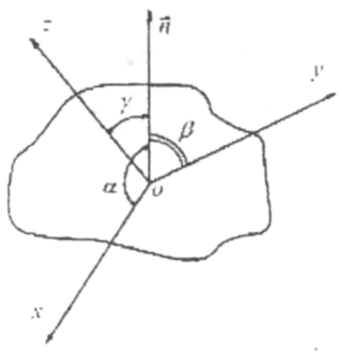

Рис. 1.

В каждом теле существует такая точка, что при описании движения всю массу тела m можно считать сосредоточенной в этой точке, а все внешние силы – приложенными к ней. Данная точка называется **центром масс** или **центром инерции**.

Всякое тело имеет центр масс, но не всякое тело имеет центр симметрии (например, равносторонний треугольник). Центр масс, как и центр симмет-