

ОСНОВЫ

ДИФФЕРЕНЦІАЛЬНАГО И ИНТЕГРАЛЬНАГО  
ИСЧИСЛЕНІЙ.

---

Составилъ Е. С. Федоровъ.



САНКТПЕТЕРБУРГЪ.

ТИПОГРАФІЯ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ.

Вас. Остр., 9 линія, № 12.

1903.



ОСНОВЫ  
ДИФФЕРЕНЦІАЛЬНАГО И ИНТЕГРАЛЬНАГО  
ИСЧИСЛЕНІЙ.

---

Составилъ Е. С. Федоровъ.

1953 г.



САНКТПЕТЕРБУРГЪ.  
ТИПОГРАФІЯ ИМПЕРАТОРСКОЙ АКАДЕМІИ НАУКЪ.  
Вас. Остр., 9 линия, № 12.  
1903.



# ОГЛАВЛЕНИЕ.

<i>Введение.</i>	Осн. дифференциальное и интегральное исчислений	СТР.
	Отдѣлъ I. Графическое изслѣдованіе функций.	1
Понятіе о функциі . . . . .		7
Виды функций . . . . .		8
Способы изображенія функций . . . . .		10
Графическій методъ изображенія функций . . . . .		11
Графическое построение угловъ . . . . .		12
Графическое построение простѣйшихъ функций . . . . .		12
Интерполяция . . . . .		14
Основное свойство функций . . . . .		14
Производная функция . . . . .		16
Графическое построение производныхъ . . . . .		17
Производныя функции сложныхъ чиселъ . . . . .		18
Производныя высшихъ порядковъ . . . . .		21
Изслѣдованіе кривыхъ . . . . .		21
Особенныя точки . . . . .		22
Радиусъ кривизны, центръ кривизны, эволюта . . . . .		23
Касательная, нормаль, асимптота . . . . .		23
Понятіе объ интегралѣ . . . . .		25
Неопредѣленность при интегрированіи . . . . .		26
Основная теорема интегральнаго исчисленія . . . . .		26
Графическое построение площадей . . . . .		28
Кратные интегралы . . . . .		29
Дифференціальныя уравненія . . . . .		30
Опредѣленный интегралъ . . . . .		22
Отдѣлъ II. Дифференціальное исчисленіе.		
Введеніе . . . . .		33
Производныя функции простѣйшихъ алгебраическихъ функций . . . . .		35
Число $e$ , основаніе неперовыхъ или натуральныхъ логарифмовъ . . . . .		38
Производныя логарифмическихъ и показательныхъ функций . . . . .		40
Производныя тригонометрическихъ функций . . . . .		41
Производныя круговыхъ функций . . . . .		43
Примѣръ нахожденія производной сложнаго числа . . . . .		43
Производныя высшихъ порядковъ . . . . .		45
<i>Приложенія дифференціального исчисленія.</i>		
Вычисленіе функций . . . . .		46
Вычисленіе значеній функций, принимающихъ неопредѣленный видъ . . . . .		48
Максимумъ и минимумъ . . . . .		51
Выпуклость и вогнутость кривыхъ, точка перегиба . . . . .		53
Проведеніе касательныхъ и нормалей къ кривымъ . . . . .		54
Асимптота . . . . .		56
Центръ кривизны, радиусъ кривизны и эволюта кривыхъ . . . . .		58



## Отдѣлъ III. Интегральное исчисленіе.

Введеніе . . . . .	61
Неопредѣленность при интегрированіи . . . . .	61
Способы интегрированія, непосредственное интегрированіе . . . . .	63
Интегрированіе разложеніемъ . . . . .	63
Интегрированіе по способу замѣны переменѣнной независимой. . . . .	65
Интегрированіе по частямъ . . . . .	66
Интегрированіе раціональныхъ функцій . . . . .	68
Интегрированіе ирраціональныхъ функцій . . . . .	71
Интегрированіе логарифмическихъ и показательныхъ функцій . . . . .	73
Интегрированіе тригонометрическихъ функцій . . . . .	75
Интегрированіе круговыхъ функцій . . . . .	77
Кратные интегралы . . . . .	78
Опредѣленный интегралъ . . . . .	80
Дифференціальныя уравненія . . . . .	82
<i>Приложеніе интегральнаго исчисленія къ вычисленію площадей, длины дугъ, объемовъ и поверхностей.</i>	
Вычисленіе площадей . . . . .	88
Вычисленіе длины дугъ кривыхъ . . . . .	90
Заданіе поверхностей . . . . .	92
Вычисленіе объемовъ . . . . .	94
Вычисленіе поверхностей . . . . .	96

## Отдѣлъ IV. Приложенія.

Приложеніе 1. Системы координатъ и переходъ отъ одной къ другой . . . . .	97
Приложеніе 2. Изслѣдованіе кривыхъ 2-го порядка . . . . .	99
Главнѣйшія свойства кривыхъ 2-го порядка . . . . .	104
Приложеніе 3. Графическое построеніе простѣйшихъ функцій . . . . .	107
Приложеніе 4. Примѣръ графическаго изслѣдованія кривой . . . . .	109
Приложеніе 5. Примѣры графическаго интегрированія . . . . .	111
Приложеніе 6. Выводъ бинома Ньютона . . . . .	114
Приложеніе 7. Переходъ отъ одной системы логарифмовъ къ другой . . . . .	115
Приложеніе 8. Наиболѣе часто встрѣчающіяся тригонометрическія формулы . . . . .	116
Приложеніе 9. Производныя и дифференціалы простѣйшихъ функцій . . . . .	117
Приложеніе 10. Формулы Тейлора и Маклорена и ихъ приложенія. Выводъ формулы Тейлора . . . . .	118
Остаточный членъ . . . . .	121
Формула Маклорена . . . . .	123
Развертываніе въ строку степенной функціи . . . . .	124
Развертываніе въ строку $\sin x$ и $\cos x$ . . . . .	125
Развертываніе въ строку логарифмическихъ функцій . . . . .	125
Развертываніе въ строку показательныхъ функцій . . . . .	127
Приложеніе 11. Главнѣйшія свойства касательныхъ и окружностей круговъ кривизны. Касательная ближе къ кривой, чѣмъ всякая другая кривая. Окружность круга кривизны ближе къ точкамъ кривой, чѣмъ всякая другая окружность . . . . .	127
Уравненіе эволюты . . . . .	131
Радиусъ кривизны касается эволюты въ центрѣ кривизны . . . . .	131
Приложеніе 12. Таблица простѣйшихъ интеграловъ . . . . .	133
Приложеніе 13. Разложеніе дробей на частныя дроби. Многочленъ нечетной степени имѣетъ по меньшей мѣрѣ одинъ корень . . . . .	133
Многочленъ четной степени всегда можетъ быть разложенъ на множители, представляющіе собою трехчлены 2-ой степени . . . . .	135
Разложеніе многочлена на множители . . . . .	136
Разложеніе дробей на частныя дроби . . . . .	137
Приложеніе 14. Опредѣленіе величины площади между вѣтвью гиперболы и ея асимптотой . . . . .	141
Приложеніе 15. Свойства простѣйшихъ поверхностей и способы ихъ образованія. О поверхностяхъ вообще . . . . .	143



	СТР.
Кривыя линіи въ пространствѣ . . . . .	143
Касательная плоскость и нормаль къ поверхности . . . . .	144
Поверхности 2-го порядка . . . . .	145
Поверхности вращения. . . . .	147
Линейчатая поверхность. . . . .	148
Винтовые поверхности. . . . .	148
Таблица 1. Величины: $\sqrt{x}$ , $\sqrt[3]{x}$ , $\sqrt[5]{x}$ , $\frac{1}{x}$ , $\text{Log } x$ и $\log x$ для $x$ отъ 1 до 1000. . . . .	151
Таблица 2. Величины $x^2$ , $x^3$ , $e^x$ , $e^{-x}$ , $2\pi x$ , $\pi x^2$ и $\frac{4}{3} \pi x^3$ для $x$ отъ 0,01 до 5 . . . . .	153
Таблица 3. Тригонометрическія величины $\sin x$ , $\cos x$ , $\text{tg } x$ и $\text{Cotg } x$ для $x$ отъ 0 до 1,571 ( $0^\circ$ — $90^\circ$ ) . . . . .	154

---