

# МАТЕМАТИКА Математика

УДК 517.9

В.М. ДЕУНДЯК

## КАНОНИЧЕСКИЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЯ И ЯДРА ПРЕДСИМВОЛОВ БИСИНГУЛЯРНЫХ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ОПЕРАТОРОВ

*В работе построено предсимволическое исчисление для  $C^*$ -алгебры бисингулярных интегральных операторов с общими коэффициентами, получены канонические представления для бисингулярных операторов, с помощью техники идеалов Никольского изучены ядра предсимволов.*

**Ключевые слова:** бисингулярные интегральные операторы, фредгольмовость, предсимволы, алгебры Дугласа, идеалы Никольского

**1. Введение.** В статье [1] с помощью алгебр Дугласа введены операторные идеалы типа идеалов Н.К.Никольского из работы [2] и рассмотрено их применение к исследованию разрешимости сингулярных интегральных операторов в  $L_p$ -пространствах на окружности с коэффициентами, имеющими разрывы общего вида. Настоящая работа посвящена применению этих идеалов к исследованию бисингулярных интегральных операторов при  $p=2$ . Именно для бисингулярных операторов с общими коэффициентами построен набор предсимволов – аналог символического исчисления Пилиди-Дугласа-Хоу [3-4], доказана теорема о канонических представлениях, и с помощью техники идеалов Никольского исследованы ядра предсимволов. Часть полученных результатов анонсирована в [5].

**2. Идеалы Никольского и сингулярные интегральные операторы.** Введем необходимые обозначения. Пусть  $\text{End}(H)$  –  $P^*$ -алгебра всех линейных ограниченных операторов, действующих в гильбертовом пространстве  $H$ , а  $\text{Comp}(H)$  – идеал компактных операторов. Если  $U$  – произвольная  $P^*$ -алгебра, то группу обратимых элементов из  $U$  обозначим  $GU$ , а коммутаторский идеал –  $\text{Comm}(U)$ . Оператор  $A \in U$  называется фредгольмовым по модулю идеала  $J$ , если образ  $A$  в фактор-алгебре  $U/J$  обратим. Пространство фредгольмовых по модулю  $J$  операторов из  $U$  обозначим  $\text{Fr}_J(U)$ ;  $\text{Fr}(\text{End}(H)) = \text{Fr}_{\text{Comp}(H)}(\text{End}(H))$  – пространство классических фредгольмовых операторов. Если  $V$  – банахова алгебра ( $P^*$ -алгебра) и  $M \subseteq V$ , то через  $\text{alg}(M)$  ( $\text{alg}_*(M)$ ) будем обозначать замкнутую подалгебру ( $P^*$ -подалгебру) алгебры  $V$ , порожденную  $M$ . Пусть  $\mathbb{C}$  – поле комплексных чисел,  $T \subseteq \mathbb{C}$  – единичная окружность,  $L_2(T)$  – пространство суммируемых с квадратом функций на  $T$ ,  $H_\infty(T) (\subseteq L_\infty(T))$  – банахова алгебра Харди. В  $L_2(T)$  рассмотрим сингулярный интегральный оператор Коши  $S$  и проекторы Рисса  $P^\pm = (1/2)(I \pm S)$ . Тензорное произведение двух произвольных банаховых пространств (или алгебр)  $U$  и  $V$  обозначим  $U \otimes V$ . Для множества  $Y$  через  $\text{id}_Y$  будем обозначать тождественное преобразование  $Y$ . В конце формулировок и доказательств лемм и теорем будем ставить знак  $\bullet$ .

Пусть  $\mathcal{K} = \{b \in H_\infty(T) : |b(t)| = 1 \text{ для почти всех } t \in T\}$ . Для произвольного  $M \subseteq \mathcal{K}$  алгеброй Дугласа называется алгебра  $A = \text{alg}(H_\infty(T) \cup M)$ . Согласно известной теореме Чанг-Маршалла, любая замкнутая подалгебра  $A$  банахо-