

К. Л. Чжун, Ф. АитСахлиа

# ЭЛЕМЕНТАРНЫЙ КУРС ТЕОРИИ ВЕРОЯТНОСТЕЙ

СТОХАСТИЧЕСКИЕ ПРОЦЕССЫ  
И ФИНАНСОВАЯ МАТЕМАТИКА

Перевод с 4-го английского  
издания М. Б. Лагутина

4-е издание, электронное



Москва  
Лаборатория знаний  
2021

УДК 519.2  
ББК 22.17  
Ч-57

**Чжун К. Л.**

Ч-57      **Элементарный курс теории вероятностей. Стохастические процессы и финансовая математика / К. Л. Чжун, Ф. АитСахлиа ; пер. с англ. — 4-е изд., электрон. — М. : Лаборатория знаний, 2021. — 458 с. — Систем. требования: Adobe Reader XI ; экран 10". — Загл. с титул. экрана. — Текст : электронный.**

ISBN 978-5-93208-572-1

Перевод 4-го издания популярного учебника по теории вероятностей и ее приложениям, написанного известными американскими математиками из Станфордского университета. Четвертое издание дополнено двумя новыми главами, посвященными финансовой математике.

Для студентов, преподавателей, исследователей и практиков в экономике, психологии, социологии, медицине и в других областях, где используются статистические методы и теория вероятностей.

**УДК 519.2  
ББК 22.17**

**Деривативное издание на основе печатного аналога:** Элементарный курс теории вероятностей. Стохастические процессы и финансовая математика / К. Л. Чжун, Ф. АитСахлиа ; пер. с англ. — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. — 455 с. : ил.

ISBN 978-5-94774-347-0.

**В соответствии со ст. 1299 и 1301 ГК РФ при устранении ограничений, установленных техническими средствами защиты авторских прав, правообладатель вправе требовать от нарушителя возмещения убытков или выплаты компенсации**

Translation from the English language edition:

*Elementary Probability Theory*

by Kai Lai Chung and Farid AitSahlia

© 2003, 1979, 1975, 1974 Springer-Verlag New York, Inc.

Springer is a part of Springer

Science+Business

Media

All Rights Reserved

© Перевод на русский язык, Лаборатория знаний, 2015

ISBN 978-5-93208-572-1

# Оглавление

Предисловие к четвертому изданию .....	5
Предисловие к третьему изданию .....	6
Предисловие ко второму изданию .....	6
Предисловие к первому изданию .....	7
О введении в финансовую математику .....	10
Глава 1. <b>Теория множеств</b> .....	11
1.1. Множества выборочного пространства .....	11
1.2. Операции над множествами .....	14
1.3. Разные формулы .....	18
1.4. Индикатор .....	25
Задачи .....	29
Глава 2. <b>Вероятность</b> .....	31
2.1. Подсчет вероятностей .....	31
2.2. Определение и примеры .....	35
2.3. Следствия аксиом .....	43
2.4. Независимые события .....	48
2.5. Арифметическая плотность .....	53
Задачи .....	56
Глава 3. <b>Комбинаторика</b> .....	60
3.1. Основное правило .....	60
3.2. Модели случайного выбора .....	65
3.3. Модели размещения. Биномиальные коэффициенты. ....	71
3.4. Как решать комбинаторные задачи .....	78
Задачи .....	87
Глава 4. <b>Случайные величины</b> .....	92
4.1. Что такое случайная величина? .....	92
4.2. Как образуются случайные величины? .....	96
4.3. Распределение и математическое ожидание .....	103
4.4. Целочисленные случайные величины .....	110
4.5. Случайные величины, имеющие плотности .....	115
4.6. Общий случай .....	127
Задачи .....	132

Приложение 1. <b>Сигма-алгебры и общее определение случайной величины</b> .....	138
Глава 5. <b>Условные вероятности и независимость</b> .....	140
5.1. Примеры вычисления условных вероятностей .....	140
5.2. Основные формулы .....	146
5.3. Последовательный выбор .....	156
5.4. Урновая схема Пойа .....	161
5.5. Независимость и связанные с ней понятия .....	167
5.6. Генетические модели .....	180
Задачи .....	185
Глава 6. <b>Среднее, дисперсия и преобразования случайных величин</b> .....	192
6.1. Основные свойства математического ожидания .....	192
6.2. Случай, когда есть плотность .....	197
6.3. Теоремы умножения. Дисперсия и ковариация .....	202
6.4. Полиномиальное распределение .....	209
6.5. Производящая функция и другие преобразования .....	216
Задачи .....	225
Глава 7. <b>Пуассоновское и нормальное распределения</b> .....	233
7.1. Модели, в которых используется пуассоновское распределение .....	233
7.2. Пуассоновский процесс .....	241
7.3. От биномиального закона к нормальному .....	254
7.4. Нормальное распределение .....	261
7.5. Центральная предельная теорема .....	265
7.6. Закон больших чисел .....	273
Задачи .....	281
Приложение 2. <b>Формула Стирлинга и теорема Муавра—Лапласа</b> ..	285
Глава 8. <b>От случайных блужданий к цепям Маркова</b> .....	288
8.1. Задача о бродяге и задача о разорении игрока .....	288
8.2. Предельные схемы .....	295
8.3. Переходные вероятности .....	302
8.4. Структура цепей Маркова .....	312
8.5. Дальнейшее развитие .....	321
8.6. Стационарное распределение .....	329
8.7. Вероятности поглощения .....	343
Задачи .....	355
Приложение 3. <b>Мартингалы</b> .....	365

Глава 9. <b>Инвестирование на основе средних и дисперсий</b> .....	370
9.1. Финансовый букварь .....	370
9.2. Доходность активов и риск .....	372
9.3. Портфель инвестора .....	377
9.4. Диверсификация .....	378
9.5. Оптимизация на основе средних и дисперсий .....	380
9.6. Распределения доходности активов .....	390
9.7. Устойчивые распределения .....	392
Задачи .....	397
Приложение 4. <b>Распределение Парето и устойчивые законы</b> .....	399
Глава 10. <b>Расчет цены опциона</b> .....	406
10.1. Основные понятия, относящиеся к опционам .....	406
10.2. Цена опциона при отсутствии арбитража: 1-периодная модель .....	416
10.3. Цена опциона при отсутствии арбитража: $N$ -периодная модель .....	423
10.4. Фундаментальные теоремы оценивания опционов .....	429
Задачи .....	430
<b>Ответы к задачам</b> .....	432
<b>Литература</b> .....	444
<b>Функция стандартного нормального распределения</b> .....	446
<b>Предметный указатель</b> .....	448