

УДК 517.9(075)
ББК 22.161.6я7
Е30

*Печатается по решению редакционно-издательского совета
Казанского национального исследовательского технологического университета*

Рецензенты:

*канд. физ.-мат. наук, доц. С. А. Кузнецов
канд. физ.-мат. наук, доц. Ф. Р. Шакирзянов*

Е30 **Егоров Д. Л.**
Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Д. Л. Егоров; Мин-
обнауки России, Казан. нац. исслед. технол. ун-т. – Казань : Изд-во
КНИТУ, 2020. – 108 с.

ISBN 978-5-7882-2911-9

Представлены основы теории дифференциальных уравнений. Рассмотрены различные классы обыкновенных дифференциальных уравнений, свойства и виды их решений, а также начальные сведения о краевых задачах, теории устойчивости и уравнениях в частных производных.

Предназначено для бакалавров, обучающихся по направлениям подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 01.03.05 «Статистика», 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», 09.03.01 «Информатика и вычислительная техника».

Подготовлено на кафедре интеллектуальных систем и управления информационными ресурсами.

УДК 517.9(075)
ББК 22.161.6я7

ISBN 978-5-7882-2911-9

© Егоров Д. Л., 2020

© Казанский национальный исследовательский
технологический университет, 2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
1. ПОНЯТИЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ	5
1.1. Дифференциальное уравнение и его решения.....	5
1.2. Примеры задач, приводящих к дифференциальным уравнениям	7
1.3. Геометрический смысл дифференциального уравнения первого порядка. Метод изоклин.....	9
1.4. Виды и методы решения некоторых дифференциальных уравнений первого порядка	11
1.4.1. Уравнения с разделяющимися переменными	11
1.4.2. Уравнения в дифференциалах.....	12
1.4.3. Однородные уравнения.....	13
1.4.4. Уравнения в полных дифференциалах	15
1.4.5. Линейные уравнения	16
1.5. Уравнения высших порядков	20
2. ЛИНЕЙНЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.....	22
2.1. Определение нормальной системы линейных дифференциальных уравнений	22
2.2. Свойства вектор-функций	23
2.3. Свойства систем линейных дифференциальных уравнений.....	28
2.4. Линейная независимость решений. Определитель Вронского	33
2.4.1. Линейно независимые векторы	33
2.4.2. Определитель Вронского	34
2.4.3. Формула Лиувилля	36
2.4.4. Общее решение линейной системы уравнений	38
2.5. Линейное дифференциальное уравнение n-го порядка	43
2.6. Некоторые частные случаи.....	46
2.7. Линейные дифференциальные уравнения с комплексными коэффициентами.....	48
3. ОБЩИЕ ВОПРОСЫ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ.....	51
3.1. Сведение задачи Коши к интегральному уравнению	51
3.2. Теоремы существования и единственности.....	52
3.3. Понятие непродолжаемого решения	56
3.4. Особые решения	57
3.4.1. Огибающая однопараметрического семейства кривых.....	57
3.4.2. Понятие особого решения. Свойства особых решений	59
3.4.3. Уравнение Клеро	63
3.4.4. Уравнение Лагранжа	64

3.5. Влияние параметров на решение задачи Коши	66
3.5.1. Зависимость правой части нормальной системы уравнений от параметра	66
3.5.2. Система уравнений в вариациях	67
3.6. Динамическая система	69
3.6.1. Понятие динамической системы	69
3.6.2. Свойства динамических систем	70
3.6.3. Положение равновесия и период решения	71
3.6.4. Функция последования.....	73
4. КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ВТОРОГО ПОРЯДКА	75
4.1. Понятие краевой задачи.....	75
4.2. Метод «стрельбы»	76
4.3. Метод «прогонки»	77
4.4. Функция Грина	80
5. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ УСТОЙЧИВОСТИ	86
5.1. Понятие устойчивости	86
5.2. Устойчивость положения равновесия однородной линейной системы дифференциальных уравнений	89
5.3. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова.....	91
5.4. Консервативная механическая система.....	95
6. ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ.....	98
6.1. Понятие дифференциального уравнения в частных производных.....	98
6.2. Характеристика квазилинейного уравнения.....	100
6.3. Задача Коши для уравнения в частных производных.....	101
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	104