МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ
БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

В. И. Костылев

ОБНАРУЖЕНИЕ СИГНАЛОВ ПО ЭНЕРГИИ

Часть 2

Обнаружение протяженных источников вторичного радиоизлучения

Учебно-методическое пособие

Воронеж
Издательский дом ВГУ
2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

[0, T]) обоснованного решения в пользу одной из двух указанных гипотез. Задачу обнаружения можно также трактовать как оценку (в результате обработки принятого колебания $x_{\text{вх}}(t)$) значения неизвестного бинарного параметра ι . Нетрудно заметить [6 – 9], что индекс гипотезы, в пользу которой принято решение, есть измеренное значение $\hat{\iota}$ параметра ι, и наоборот.

Обработка сигнала $x(t)$ выполняется приемником. Известно [2], что структура оптимального приемника инвариантна к выбору критерия обнаружения: оптимальный приемник должен сформировать на своем выходе логарифм отношения правдоподобия. Если обнаруживаемый сигнал $s(t)$ детерминирован, то логарифм отношения правдоподобия можно [1 – 3, 10, 11, 14 – 16, 19, 20 и др.] представить в виде

$$\Lambda = \frac{2}{N_0}\int_0^T x_{\text{вх}}(t)s(t)dt - \frac{q^2}{2}, \tag{4}$$

где N_0 – односторонняя спектральная плотность мощности входного белого шума $n_{\text{вх}}(t)$;

$$q^2 = \frac{2Э_T(s)}{N_0} = \frac{2}{N_0}\int_0^T s^2(t)dt = \frac{1}{N_0}\int_0^T |S(t)|^2\, dt =$$

$$= \frac{1}{N_0}\int_{R_{\min}}^{R_{\min}+\Delta R}\int_{R_{\min}}^{R_{\min}+\Delta R} (R_1)\quad {}^*(R_2)\Psi_T\left(2R_1/c, 2R_2/c\right)dR_1 dR_2 \tag{5}$$

– энергетическое отношение сигнал–шум;

$$\Psi_T(\tau', \tau'') = \int_0^T S_{\text{знд}}(t-\tau')S^*_{\text{знд}}(t-\tau'')dt \tag{6}$$

– функция неопределенности зондирующего сигнала на интервале [0, T].

Из (4) следует алгоритм обнаружения, оптимальный в смысле критерия отношения правдоподобия: решение в пользу гипотезы H_1 принимается в случае превышения сигнальной частью логарифма отношения правдоподобия (первым членом в правой части (4)) априори заданного порогового уровня h, т. е.

$$\Xi_{\text{ОП}} = \frac{2}{N_0}\int_0^T x_{\text{вх}}(t)s(t)dt \underset{\text{H}_0}{\overset{\text{H}_1}{\gtrless}} h \ . \qquad (7)$$

Сигнальную часть логарифма отношения правдоподобия $\Xi_{\text{ОП}}$ называют также решающей статистикой или статистикой обнаружения.

Значение порога h зависит от выбранного критерия оптимальности. Например, согласно критерию Неймана-Пирсона, который будет использоваться в настоящей работе, порог определяется требуемым значением вероятности ложной тревоги $P_{\text{ЛТ}}$. Под последней понимается вероятность принятия решения в пользу гипотезы H_1 в то время как в действительности реализовалась гипотеза H_0, т. е. $P_{\text{ЛТ}} = \Pr\{\Xi_{\text{ОП}} > h \mid \text{H}_0\}$. Выражение для вероятности ложной тревоги оптимального обнаружителя хорошо известно:

$$P_{\text{ЛТ}} = 1 - \Phi(h/q) \ , \qquad (8)$$

где $\Phi(x)$ – интеграл вероятности [15]. Отсюда

$$h = q\Phi^{-1}(1 - P_{\text{ЛТ}}), \qquad (9)$$

где $\Phi^{-1}(P)$ – функция, обратная к интегралу вероятности.

Другой количественной характеристикой эффективности обнаружителя является вероятность правильного обнаружения $P_{\text{ПО}} = \Pr\{\Xi_{\text{ОП}} > h \mid \text{H}_1\}$

$$P_{\text{ПО}} = 1 - \Phi(h/q - q). \qquad (10)$$

Зависимость вероятности правильного обнаружения от вероятности ложной тревоги называют характеристикой обнаружения. В нашем случае она имеет вид

$$P_{\text{ПО}} = 1 - \Phi\left[\Phi^{-1}(1 - P_{\text{ЛТ}}) - q\right]. \qquad (11)$$

Как видно из (11), отношение сигнал-шум q представляет собой параметр характеристики оптимального обнаружения. При заданном q характеристи-

ђddbуeY bÉ dеdÉbYѕе d еsасѕоу Јddbуәè

ка обнаружения не зависит ни от формы зондирующего сигнала, ни от формы функции рассеяния источника.

Подставляя (1) в (7) , нетрудно получить

$$\Xi_{\text{оп}} = \int_{R_{\min}}^{R_{\min}+\Delta R} (R) X_{\text{c}}(2R/c)dR, \qquad (12)$$

где

$$X_{\text{c}}(\tau) = \frac{1}{N_0}\int_0^T X_{\text{вх}}(t) S^*_{\text{знд}}(t-\tau)dt \qquad (13)$$

комплексная огибающая сигнала на выходе фильтра, согласованного с зондирующим сигналом; $X_{\text{ВХ}}(t)$ – комплексная огибающая сигнала (3).

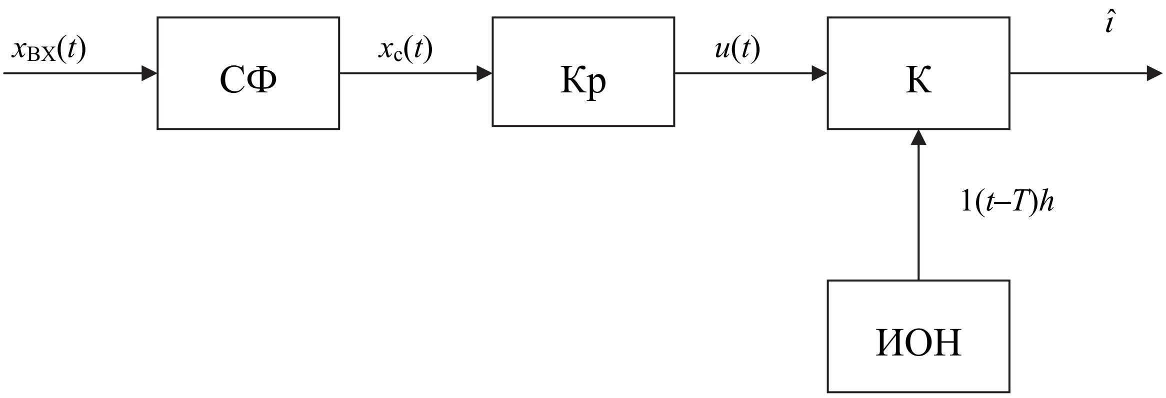

Рис. 1. Структурная схема оптимального обнаружителя источника вторичного излучения.

На рис. 1 приведена структурная схема оптимального в смысле критерия отношения правдоподобия обнаружителя протяженных источников вторичного излучения. Здесь СФ – согласованный с зондирующим сигналом фильтр;

$$x_{\text{c}}(t) = \text{Re}\{X_{\text{c}}(t)\exp(j2\pi f_0 t)\} \qquad (14)$$

– сигнал на выходе согласованного фильтра; Кр – коррелятор с опорным сигналом c $(ct/2)/2$ и пределами интегрирования от $2R_{\min}/c$ до $2(R_{\min} + \Delta R)/c$;

$$u(t) = 1(t - T)\Xi_{\text{ОП}} \tag{15}$$

– сигнал на выходе коррелятора, $1(t)$ – единичная ступенчатая функция; К – компаратор; ИОН – источник опорного напряжения. Выходной сигнал коррелятора подается на один из входов компаратора, на другом входе которого присутствует постоянное опорное напряжение h, формируемое источником опорного напряжения. При $\Xi_{\text{ОП}} \geq h$ выходной сигнал компаратора есть логическая единица, а в противном случае $\Xi_{\text{ОП}} < h$ – логический ноль. Выходной сигнал компаратора принимается за оценку $\hat{\iota}$ значения неизвестного бинарного параметра ι, фигурирующего в (3). По этой оценке принимается решение о наличии (если $\hat{\iota} = 1$) или отсутствии (если $\hat{\iota} = 0$) обнаруживаемого сигнала.

Как из (12), так и из рис. 1, очевидно, что для реализации оптимального в смысле критерия отношения правдоподобия алгоритма обнаружения требуется полная априорная информация о функции рассеяния обнаруживаемого источника по дальности. При неизвестной (R) оптимальный алгоритм реализован быть не может. Один из способов преодоления априорной неопределенности относительно (R) состоит в использовании квазиправдоподобного обнаружителя с решающей стаистикой

$$\Xi_{\text{кп}} = \operatorname{Re}\left\{ \int\limits_{R_{\min}}^{R_{\min}+\Delta R} A(R) X_{\text{c}}(2R/c)\,dR \right\}, \tag{16}$$

где $A(R)$ – некоторая опорная функция коррелятора.

Несложно показать, что

$$\Xi_{\text{кп}} = z_A \quad + \varsigma q_A, \tag{17}$$

где

$$z_A \quad = \frac{1}{N_0} \operatorname{Re}\left\{ \int\limits_{R_{\min}}^{R_{\min}+\Delta R} \int\limits_{R_{\min}}^{R_{\min}+\Delta R} A(R_1) \quad {}^{*}(R_2) \Psi_T\left(2R_1/c, 2R_2/c\right) dR_1 dR_2 \right\}; \tag{18}$$

ς – стандартная гауссовская случайная величина с нулевым средним значением и единичной дисперсией;

$$q_A^2 = \frac{1}{N_0} \int\limits_{R_{\min}}^{R_{\min}+\Delta R} \int\limits_{R_{\min}}^{R_{\min}+\Delta R} A(R_1) A^*(R_2) \Psi_T \left(2R_1/c, 2R_2/c\right) dR_1 dR_2 \tag{19}$$

– дисперсия помеховой составляющей решающей статистики $\Xi_{\text{КП}}$.

Нетрудно показать, что для квазиправдоподобного алгоритма

$$P_{\text{ЛТ}} = 1 - \Phi(h/q_A), \tag{20}$$

и

$$P_{\text{по}} = 1 - \Phi\left[\Phi^{-1}(1 - P_{\text{лт}}) - z_A \quad /q_A\right]. \tag{21}$$

Из (21) следует, что параметр обнаружения для квазиправдоподобного обнаружителя есть

$$a = z_A \quad /q_A. \tag{22}$$

Характеристика квазиправдоподобного обнаружения тем лучше, чем больше параметр a. Вместе с тем понятно, что $a \le q$: оптимальность алгоритма (7) состоит именно в том, что выбор опорной функции коррелятора пропорциональной функции рассеяния по дальности обеспечивает максимальный параметр обнаружения.

Как следует из (18), при неизвестной $\quad(R)$ не представляется возможным повлиять в лучшую сторону на величину параметра z_A посредством выбора вида опорной функции $A(R)$. В то же время, параметр q_A, согласно (19), определяется только видом опорной функции $A(R)$ и не зависит от неизвестной функции рассеяния по дальности, поэтому он может быть оптимизирован соответствующим выбором функции $A(R)$.

Чтобы решить указанную задачу, необходимо наложить на функцию $A(R)$ условие нормировки, например