### Н. Б. Бабичев

### ТЕОРИЯ ПОДОБИЯ ВЕЙТРОННО-КИНЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

### ФГУП «Российский федеральный ядерный центр – ВНИИЭФ»

### Н. Б. Бабичев

# ТЕОРИЯ ПОДОБИЯ НЕЙТРОННО-КИНЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

Монография

Саров 2015 УДК 539.125.523 ББК 22.38 Б12

#### Бабичев, Н. Б.

Б12 **Теория подобия нейтронно-кинетических процессов:** Монография. Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2015, 218 с.

ISBN 978-5-9515-0301-5

Книга посвящена расчетно-теоретическим разработкам, которые проводились начиная с 1972 года по сей день.

Построена усовершенствованная теория подобия процессов нейтронной кинетики, протекающих в однородных и профильных системах.

Получены некоторые точные решения уравнения переноса нейтронов. В то же время большое внимание уделено поиску приближенных аналитических решений различных задач.

Монография может быть использована в качестве учебного пособия для студентов, аспирантов и молодых специалистов-ядерщиков

УДК 539.125.523 ББК 22.38

ISBN 978-5-9515-0301-5

© ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2015

### ОГЛАВЛЕНИЕ

| Предисловие   | .2       |
|---|----------|
| Введение  | 4        |
| Глава 1. Односкоростное кинетическое уравнение и вытекающие из него соотношения подобия процессов нейтронной  |          |
| кинетики  | 6        |
| 1.1. Общий вид исходного нестационарного односкоростного кинетического уравнения для нейтронов  | 16       |
| уравнения переноса нейтронов  | 17       |
| 1.2.1. Частный случай подобных систем с постоянной плот-  |          |
| ностью $\rho$ = const   | 18       |
| ности вещества  | 20       |
| •   | 22       |
| •   | 23       |
| 1   | 23       |
| 1.2.4.2. Подобные объекты с параметрами α и β, зависящи-<br>ми от координат   | 24       |
| 1.3. Элементы теории подобия нейтронной кинетики нестационарных однородных систем с произвольной геометрией 2 1.3.1. Теорема подобия решений уравнения переноса нейтро- | 26       |
| нов в однородных нестационарных системах  |          |
| 1.3.2. Формулы подобия  | 27       |
| Глава 2. Общее и частные решения задачи на главные собственные значения (ГСЗ) и главные собственные функции (ГСФ),  |          |
| полученные в односкоростном приближении для одно-   |          |
|   | 30<br>30 |
| зависимости $\Lambda$ от $\beta R$ и $\lambda$ от различных параметров  | 31       |

| 2.2.1. Приближенное решение задачи на ГСЗ, полученное   |
|---|
| в диффузионном приближении  |
| 2.2.1.1. Основные диффузионные соотношения и получен-   |
| ные из них результаты, имеющие методическое   |
| и практическое значение   |
| 2.2.1.2. Новые формулы, выражающие явную зависимость  |
| коэффициента диффузии от физических величин 35  |
| 2.2.1.3. Область применимости теории диффузии   |
| нейтронов   |
| 2.2.2. Приближенное решение задачи на ГСЗ, справедливое   |
| в широком диапазоне изменения физических величин 38   |
| 2.2.2.1. Формула В. П. Незнамова для $\lambda$ однородных шаров,  |
| выполненных из делящихся материалов   |
| 2.2.2.2. Явный вид приближенной универсальной зависи-   |
| мости $\Lambda(\beta R)$  |
| 2.2.3. Приближенное решение задачи на ГСЗ, найденное для  |
| однородных шаров из произвольных веществ, находя-   |
| щихся в вырожденном или в близком к вырожденному  |
| состоянии   |
| 2.3. Некоторые теоретические и численные результаты 42  |
| 2.3.1. Зависимости ГСЗ λ однородных систем с произволь-   |
| ной активностью от оптической толщины 42  |
| 2.3.1.1. Характерные качественные зависимости ГСЗ от  |
| оптической толщины однородного объекта с произ-   |
| вольными геометрией и активностью 42  |
| 2.3.1.2. Зависимости λ однородного шара от его оптической   |
| толщины и активности, полученные с помощью  |
| аналитических вычислений и расчетов 46  |
| 2.3.2. Приближенное аналитическое решение задачи на ГСФ,  |
| справедливое в случае идеального поглотителя  |
| нейтронов   |
| 2.3.2.1. Вывод приближенных формул для ГСФ 52   |
| 2.3.2.2. Результаты численных расчетов 53   |
| 2.3.3. Ширина особой области (ОО) в пространственном  |
| распределении нейтронов внутри однородных   |
| активных шаров  |
| 2.3.3.1. Приближенное аналитическое решение задачи на   |
| $\Gamma C\Phi u \Gamma C3 \dots $ |
| 2.3.3.2. Уравнение баланса полного числа нейтронов  |
| в системе   |

| 2.3.3.3. Некоторые результаты аналитических вычислений       |      |
|--|------|
| и численных расчетов   | . 60 |
| 2.3.3.4. Ширина особой области (OO)                          | 60   |
| 2.3.3.5. Изучение вопроса об областях применимости           |      |
| полученных решений   | . 63 |
| 2.3.4. Явный графический вид универсальной функции           |      |
| $\Lambda(\beta R)$   | 65   |
| 2.3.5. Выводы и ряд замечаний                                |      |
| Глава 3. Проблема Милна в теории переноса нейтронов          | 70   |
| 3.1. Стационарная однообластная задача Милна с однородным    |      |
| полубесконечным инертным $(h = 1)$ веществом                 | . 71 |
| 3.2. Точное решение однообластной нестационарной задачи      |      |
| Милна, справедливое при любых значениях активности $h$       |      |
| однородной среды   | 73   |
| 3.2.1. Материалы теоретических исследований                  |      |
| 3.2.2. Результаты численных расчетов                         |      |
| 3.3. Поведение собственной функции вблизи границы            |      |
| 3.4. Точные решения нестационарной двухобластной задачи      |      |
| Милна  | . 77 |
| 3.4.1. Постановка задачи                                     |      |
| 3.4.2. Решения, справедливые в случае надкритических         |      |
| двухобластных систем из делящихся материалов                 | . 78 |
| 3.4.3. Полное решение двухобластной задачи Милна             |      |
| 3.5. Некоторые графические результаты, полученные из при-    |      |
| ближенного аналитического решения однообластной              |      |
| задачи Милна   | . 81 |
| Глава 4. Оптически толстые подобные системы и поиск решений  |      |
| кинетического уравнения за их пределами (в вакууме)          |      |
| 4.1. Предельная теорема подобия, справедливая для однородных |      |
| систем с произвольной геометрией, и некоторые новые          |      |
| результаты   | 87   |
| 4.1.1. Формулировка теоремы                                  | . 87 |
| 4.1.2. Доказательство теоремы                                | 87   |
| 4.1.2.1. Доказательство на основе однородного кинетичес-     |      |
| кого уравнения и основные выводы                             | 87   |
| 4.1.2.2. Второй способ доказательства предельной теоремы     | ı    |
| подобия  | . 89 |
| 4.1.3. Формулы подобия                                       |      |
| 4.2. Пространственное распределение нейтронов в вакууме      |      |
| 4.3. Подведение итогов                                       |      |

| Глава 5. Нестационарная задача Милна с постоянным объемным         |     |
|--|-----|
| источником нейтронов в полубесконечной инертной                    |     |
| среде (точное аналитическое решение кинетического                  |     |
| уравнения)   | 6   |
| 5.1. Возможные типы решений неоднородного кинетического            |     |
| уравнения в случае систем с предельно большой оптической           |     |
| толщиной   | 6   |
| 5.2. Решение нестационарной однообластной задачи Милна             |     |
| с постоянным источником  |     |
| 5.2.1. Теоретические результаты                                    |     |
| 5.2.2. Результаты численного расчета                               | 19  |
| Глава 6. Приближенные аналитические решения неоднородного          |     |
| интегрального уравнения переноса нейтронов в опти-                 |     |
| чески тонких системах  | 1   |
| 6.1. Создаваемые источником нейтронные поля внутри и за            |     |
| пределами сферических систем                                       | 1   |
| 6.1.1. Приближенные аналитические решения стационар-               |     |
| ного интегрального уравнения переноса нейтронов                    |     |
| в однородных оптически тонких активных шарах 10                    |     |
| 6.1.1.1. Вывод формул  | 12  |
| 6.1.1.2. Результаты аналитических вычислений и численных           |     |
| расчетов   | 8   |
| 6.1.2. Некоторые решения нулевого порядка и численные              |     |
| данные   | 8   |
| 6.1.2.1. Приближенные формулы для нейтронной плот-                 | _   |
| ности внутри оболочки  | 8   |
| 6.1.2.2. Многообластные сферически-симметричные                    | _   |
| системы  |     |
| 6.1.3. Результаты аналитических вычислений 10                      | 19  |
| 6.2. Приближенное аналитическое решение задачи с постоян-          |     |
| ным объемным источником нейтронов внутри оптически                 |     |
| тонкой пластины  | 1   |
| 6.3. Нейтронные характеристики шара и оболочки, выпол-             |     |
| ненных из чистого изотопа <sup>238</sup> Pu (результаты численных  | _   |
| расчетов)  | . 2 |
| о.э.1. пеитронные характеристики шаров из <sup>2</sup> Pu с радиу- | 1   |
| сами $R=0,07;0,1;0,13$ см  | 4   |
| о.э. гезультаты, полученные для ооолочки из газ Ри                 | O   |

| Глава 7. Результаты исследований, основанных на однородных   |
|--|
| спектральных уравнениях переноса нейтронов 118   |
| 7.1. Точные формулы подобия, полученные из общего спек-  |
| трального кинетического уравнения Больцмана  |
| 7.1.1. Точное нестационарное спектральное уравнение  |
| переноса нейтронов в профильных системах и выте-   |
| кающие из него следствия   |
| 7.1.1.1. Общая структура точного кинетического   |
| уравнения  |
| 7.1.1.2. Следствия, вытекающие из фундаментального   |
| свойства инвариантности точного кинетического  |
| уравнения по отношению к преобразованиям   |
| подобия  |
| 7.1.2. Формулы подобия   |
| 7.1.2.1. Связь между пространственными распределениями   |
| частиц в подобных нестационарных объектах с про-   |
| филями плотности   |
| $7.1.2.2.\ \Phi$ ормулы подобия для $\Gamma C\Phi,\ \Gamma C3$ и вид общего  |
| решения спектральной задачи на задачи на   |
| $\Gamma C3 \lambda \dots $ |
| 7.1.2.3. Доказательство теоремы подобия профильных   |
| критических систем с произвольными ядерно-физи-  |
| ческими свойствами   |
| 7.2. Приближенные решения спектрального уравнения переноса   |
| нейтронов в водородосодержащих однородных системах   |
| с большой оптической толщиной  |
| 7.2.1. Спектр быстрых и надтепловых нейтронов 127  |
| 7.2.2. Спектр тепловых и эпитепловых нейтронов 131   |
| 7.2.3. Определение ГСЗ $\lambda$ и $K_{\ni \varphi}$   |
| 7.3. Некоторые результаты численных расчетов 135   |
| Глава 8. Характеристики однородных и профильных систем,  |
| в которых от координат зависит только активность   |
| (новые результаты, полученные в односкоростном   |
| приближении и из упрощенного спектрального   |
| уравнения переноса нейтронов)  |
| 8.1. Результаты, справедливые в односкоростном прибли-   |
| жении  |
| 8.1.1. Развитие процессов нейтронной кинетики во времени 138   |
| 8.1.2. Исследования, выполненные с использованием свой-  |
| ства инвариантности кинетического уравнения по   |
| отношению к преобразованиям подобия  |

| 8.1.2.1. Класс подобных профильных систем, наиденный                |       |
|---|-------|
| из нестационарного уравнения переноса                               |       |
| нейтронов   | 139   |
| $8.1.2.2.\ \Gamma C3$ и $\Gamma C\Phi$ подобных профильных систем   | 142   |
| 8.2. Аналитические решения задачи на ГСЗ, полученные из             |       |
| безразмерного односкоростного кинетического                         |       |
| уравнения   | . 143 |
| 8.2.1. Общее решение задачи на ГСЗ                                  | . 143 |
| 8.2.2. Приближенные аналитические решения задачи на ГСЗ             |       |
| явного вида   |       |
| 8.3. Эволюция нейтронных процессов во времени                       | . 145 |
| 8.3.1. Уравнение баланса полного количества нейтронов в             |       |
| системе   | 146   |
| 8.3.2. О синхронности выхода решений безразмерного                  |       |
| нестационарного кинетического уравнения на ГСФ                      |       |
| и ГСЗ   | 146   |
| 8.3.3. Приближенная формула подобия для логарифмических             |       |
| производных и область ее применимости                               | . 147 |
| 8.4. Метод нахождения приближенного решения упрощенного             |       |
| спектрального уравнения переноса нейтронов в активных               |       |
| профильных системах   | . 148 |
| <b>Глава 9. Обобщение результатов исследований, основные выводы</b> |       |
| и замечания   | 152   |
| 9.1. Исходное односкоростное кинетическое уравнение                 |       |
| 9.2. Безразмерные односкоростные уравнения переноса частиц          |       |
| и формулы подобия для функций распределения нейтро-                 |       |
| нов в нестационарных профильных системах                            | . 153 |
| 9.2.1. Интегродифференциальное безразмерное уравнение               | 100   |
| переноса нейтронов  | 153   |
| 9.2.2. Дифференциальное уравнение для нейтронной плот-              | 100   |
| ности и векторного потока нейтронов                                 | 154   |
| 9.2.3. Уравнение баланса полного количества нейтронов               |       |
| в системе   | . 154 |
| 9.2.4. Вывод формулы подобия для функции распределения              |       |
| нейтронов внутри нестационарных профильных                          |       |
| объектов  | . 155 |
| 9.2.4.1. Частный случай объектов с подобной                         |       |
| геометрией  | . 156 |
| 9.2.4.2. Формула подобия общего вида для функции распре-            |       |
| деления нейтронов в нестационарных профильных                       |       |
| системах  | 156   |
|   |       |

| 9.3. Оощее решение задачи на 1 СЗ и 1 СФ, полученное в одно-    |
|---|
| скоростном приближении на основе безразмерного урав-            |
| нения переноса нейтронов в профильных системах 15               |
| 9.3.1. Вывод основных общих формул                              |
| 9.3.2. Некоторые предельные решения задачи о критических        |
| параметрах активных однородных и профильных                     |
| шаров   |
| 9.4. Формулы подобия, имеющие место в односкоростном            |
| приближении   |
| 9.4.1. Формула подобия для ГСФ                                  |
| 9.4.2. Общая формула подобия для главных собственных            |
| чисел уравнения переноса нейтронов в профильных                 |
| системах  |
| 9.5. Решение упрощенного спектрального уравнения переноса       |
| нейтронов в нестационарных профильных системах 16               |
| 9.5.1. Основные результаты                                      |
| 9.5.2. Упрощающие предположения, принятые для решения           |
| односкоростных и спектральных задач                             |
| 9.6. Новые результаты аналитических исследований, обобщен-      |
| ные на спектральный случай                                      |
| 9.6.1. Общее решение задачи на ГСЗ                              |
| 9.6.2. Частные решения задачи на ГСЗ для активных про-          |
| фильных шаров, справедливые в диффузионном                      |
| приближении   |
| 9.6.3. Модернизированные формулы В. П. Незнамова,               |
| предназначенные для аналитических вычислений ГСЗ Л              |
|   |
| и λ профильных шаров из делящихся материалов 16                 |
| 9.6.4. Формулы подобия для ГСЗ и ГСФ                            |
| 9.6.5. Некоторые замечания                                      |
| 9.6.5.1. Замечание по поводу средних параметров, входящих       |
| в полученные выше формулы                                       |
| 9.6.5.2. О приближенном характере численных решений             |
| упрощенного спектрального уравнения переноса                    |
| нейтронов в профильных системах 16                              |
| Ваключение  |
|   |
| Триложение А. <b>Теорема Н. А. Дмитриева о сведении сфери</b> - |
| неской задачи с постоянным пробегом нейтронов к плоской         |
| и ее применение   |
| А.1. Доказательство теоремы                                     |

| А.2. Один из простых примеров использования теоремы   |
|---|
| Н. А. Дмитриева   |
| Приложение Б. Вывод приближенных формул для случая  |
| однородных шаров из произвольных материалов, находящихся                                      |
| в вырожденном и близком к вырожденному состояниях 17.   |
| Б.1. Метод нахождения аналитических решений   |
| Б.2. Аналитические решения, имеющие место в случае вырожден-                                  |
| ного ядра интегрального уравнения переноса нейтронов 170                                      |
| Б.2.1. Решения, справедливые внутри однородных шаров 17                                       |
| Б.2.2. Формулы, предназначенные для вычислений $\lambda$ и $K_{^{3}\Phi}$ 18                  |
| Б.2.3. Поле нейтронов, вылетевших из шара   |
| Б.3. Аналитические решения внутри глубокоподкритичных шаров                                   |
| из делящихся материалов   |
| Б.3.1. Поле нейтронов внутри активного шара   |
| Б.3.2. Формулы для ГСЗ λ, полученные с использованием теории                                  |
| возмущений  |
| Б.4. Некоторые графические результаты вычислений и численных                                  |
| расчетов  |
| Приложение В. Нейтронные характеристики однородных шаров                                      |
| из чистых (без примесей) изотопов <sup>238</sup> Ри и <sup>239</sup> Ри                       |
| В.1. Результаты расчетов «Монте-Карло» и вычислений физических                                |
| величин по точным формулам подобия  |
| В.2. Результаты, полученные из односкоростного кинетического                                  |
| уравнения   |
| уравнения   |
| В.2.2. Некоторые решения задачи на ГСЗ  |
| В.2.3. Определение погрешности решения одной из нестационарных                                |
| задач   |
| Приложение Г. Нейтронная кинетика двумерных и трехмерных                                      |
| систем из плутония-238 и плутония-239   |
| Г.1. Нейтронные характеристики однородного вытянутого   |
| эллипсоида вращения из <sup>239</sup> Pu  |
| Г.2. Результаты аналитических вычислений и численных расчетов,                                |
| полученные для 3D-систем из изотопов <sup>239</sup> Pu и <sup>238</sup> Pu                    |
| Г.2.1. Однородный куб из <sup>239</sup> Pu  |
| $\Gamma$ .2.2. Значения $\Gamma$ СЗ $\lambda$ для профильных кубов из $^{239}$ Pu, полученные |
| с помощью формулы подобия и расчетов на спектральных  |
| константах ENDF B-6   |

| Α   | 11    |
|---|-------|
| $\Gamma$ .3. Двухобластные кубы из $^{239}$ Ри и $^{238}$ Ри с профилем плотности |       |
| (решение односкоростных задач на ГСЗ и ГСФ)                                       |       |
| $\Gamma$ .3.1. Решение задачи на $\Gamma$ СЗ $\lambda$                            | 201   |
| $\Gamma$ .3.2. Решение задачи на $\Gamma$ С $\Phi$                                | 202   |
| Приложение Д. Приближенные аналитические решения                                  |       |
| однообластной задачи Милна с активностью среды $h \ge 1$                          | 205   |
| Д.1. Алгоритм поиска приближенных аналитических решений                           | . 205 |
| Д.2. Приближенные аналитические решения внутри среды                              | . 206 |
| Д.З. Приближенные аналитические решения, справедливые за                          |       |
| пределами полубесконечной однородной среды  | 208   |
| Д.4. О расходимости аналитических решений на плоской границе                      |       |
| между веществом и пустотой  | 209   |
| Приложение Е. Один из способов вывода формул для ГСЗ и ГСО                        |       |
| справедливых в случае профильных гетерогенных систем                              | 210   |

$$n_{ex}^{[1]}(z,h \ge 1) = -\frac{1}{4} \left[ \gamma^2 Ei(-\gamma) + (\gamma - 1)e^{-\gamma} \right] + \frac{z_0}{2} \left[ \gamma Ei(-\gamma) + e^{-\gamma} \right], \quad (\text{Д.24})$$

$$\gamma = \frac{h-1}{h} |z|,$$

$$j_{+ex}^{[1]}(z,h\geq 1)=0,$$
 (Д.25)

$$j_{-ex}^{[1]}(z,h\geq 1) = j_{ex}^{[1]}(z,h\geq 1) =$$

$$= \frac{V}{2} \left\{ \frac{z_0}{2} \left[ \gamma^2 Ei(-\gamma) + e^{-\gamma} (\gamma - 1) \right] - \frac{e^{-\gamma}}{3} \left[ 1 + \frac{\gamma(\gamma - 1)}{2} \right] - \frac{\gamma^3}{6} Ei(-\gamma) \right\}.$$
(Д.26)

## Д.4. О расходимости аналитических решений на плоской границе между веществом и пустотой

В параграфе 3.3 показано, что для логарифмической производной от нейтронной плотности вблизи плоской границы x=0 полубесконечной среды с пустотой справедлива следующая точная формула:

$$\left(\frac{1}{n(x)}\frac{dn(x)}{dx}\right)_{x\to +0} = -\frac{\beta}{2}\ln|\beta x|. \tag{J.27}$$

Логарифмической расходимостью обладает и приближенное решение

$$\left(\frac{1}{n^{[1]}(x)}\frac{dn^{[1]}(x)}{dx}\right)_{x\to +0} = -\frac{2z_0\beta}{2z_0+1}\ln|\beta x| = -\frac{\beta}{1,704}\ln|\beta x|. \quad (\text{Д}.28)$$

### ОДИН ИЗ СПОСОБОВ ВЫВОДА ФОРМУЛ ДЛЯ ГСЗ И ГСФ, СПРАВЕДЛИВЫХ В СЛУЧАЕ ПРОФИЛЬНЫХ ГЕТЕРОГЕННЫХ СИСТЕМ

Приняв за основу кинетическое уравнение

$$\left(\vec{\Omega} \frac{\partial}{\partial \vec{\zeta}}\right) f\left(\vec{\zeta}, \vec{\Omega}\right) + \left[\Lambda Z - \frac{\overline{\alpha}}{\overline{\beta}} \vec{\Omega} \frac{\partial A(\vec{\zeta})}{\partial \vec{\zeta}} \tau \right] f\left(\vec{\zeta}, \vec{\Omega}\right) = \frac{ZB(\vec{\zeta})}{4\pi} \int d\vec{\omega} f\left(\vec{\zeta}, \vec{\omega}\right) (9.31)$$

для функции

$$f(\vec{\zeta}, \vec{\Omega}) = f(\tau, \vec{\zeta}, \vec{\Omega})e^{-\Lambda\tau},$$
 (E.1)

величину  $\Lambda$  определим способом, отличающимся от использованного выше (см. параграф 9.3.1).

В качестве  $A(\vec{\zeta})$  возьмем ступенчатую (кусочно-постоянную) функцию

$$A(\vec{\zeta}) = \sum_{i} A_{0i} \theta(\vec{\zeta}_i - \vec{\zeta}_{0i})$$
 (E.2)

с независящими от координат амплитудами  $A_{0i}$ , у которой внутри всех интервалов  $\theta(\vec{\zeta}_i - \vec{\zeta}_{0i}) = 1$  и соответственно

$$\frac{\partial A(\vec{\zeta})}{\partial \vec{\zeta}} = 0, \tag{E.3}$$

а в точках  $\vec{\zeta}_{0i}$ , в том числе и на внешней границе  $\left|\vec{\zeta}_{0i}\right|=1$  системы, имеются разрывы производных

$$\frac{d\theta(\vec{\zeta}_i - \vec{\zeta}_{0i})}{d\vec{\zeta}_i} = \delta(\vec{\zeta}_i - \vec{\zeta}_{0i}) = \pm \infty.$$
 (E.4)

Отметим, что профильные функции отнормированы условием  $\int d\vec{\zeta} A(\vec{\zeta}) = \int d\vec{\zeta} \sum_i A_{0i} \theta(\vec{\zeta} - \vec{\zeta}_{0i}) = \sum_i A_{0i} \int d\vec{\zeta} \theta(\vec{\zeta} - \vec{\zeta}_{0i}) = \int d\vec{\zeta} = 1. \quad (E.5)$ 

С учетом (E.2) и (E.3) получаем значительно более простое, чем (9.31), уравнение переноса нейтронов в неоднородных гетерогенных системах

$$\left(\vec{\Omega}\frac{\partial}{\partial\vec{\zeta}}\right)f(\vec{\zeta},\vec{\Omega}) + \Lambda Zf(\vec{\zeta},\vec{\Omega}) = \frac{ZB(\vec{\zeta})}{4\pi}\int d\vec{\omega}f(\vec{\zeta},\vec{\omega}). \tag{E.6}$$

Воспользовавшись связью величин λ и Λ

$$\psi\left(\vec{\xi} = \frac{\vec{r}}{R}, \vec{\Omega}\right) e^{\lambda t} = f(\vec{\zeta}, \vec{\Omega}) \exp\left[\left(\Lambda - \frac{\overline{\alpha}}{\overline{\beta}}\right) \tau(t)\right], \quad (E.7)$$

приходим к следующему результату, полученному в главе 9 другим способом:

$$\lambda = \overline{\beta}R \left[ \Lambda(\overline{\beta}R) - \frac{\overline{\alpha}}{\overline{\beta}} \right] \frac{V}{R}.$$
 (E.8)

Сравним результаты аналитических вычислений по диффузионной формуле

$$\lambda = \overline{\beta}R \left[ \frac{\varphi(\overline{\beta}R)}{\operatorname{tg}\varphi(\overline{\beta}R)} - \frac{\overline{\alpha}}{\overline{\beta}} \right] \frac{V}{R}.$$
 (E.9)

при значениях  $\overline{\alpha} = 0.7$  1/см,  $\overline{\beta} = 1.2$  1/см,  $\overline{\beta}R = 3.6$ , R = 3 см и соответствующего численного расчета.

Обратим внимание на одну тонкость. Расчет можно проводить в постановке со значениями параметров  $\overline{\beta}$  и  $\overline{\alpha}$ , входящими в выражение (Е.9).

Приведем результаты аналитических вычислений и численного расчета.

Величина  $\lambda$ , найденная по формуле (Е.9), составила  $\lambda = 27,9639\cdot 10^7$  1/c, а при численном решении односкоростного кинетического уравнения получилось значение  $\lambda_{\text{pacy}} = 27,9547\cdot 10^7$  1/c.

Таким образом, реализовалась погрешность определенной в диффузионном приближении формулы (E.9)

$$\delta = \frac{\left|\lambda - \lambda_{\text{pac}^{\mathsf{q}}}\right|}{\lambda} = 0,033 \%. \tag{E.10}$$

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- 1. Донской Е. Н., Ельцов В. А., Житник А. К. и др. Метод Монте-Карло во ВНИИЭФ // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. 1993. Вып.2. С. 61–64.
- 2. Шагалиев Р. М., Гребенников А. Н., Артемьев А. Ю., Будников В. И. Развитие основных методик и программ ИТМ $\Phi$  // Журнал Атом. 2011, № 50–51.
- 3. Дэвисон Б. Теория переноса нейтронов. М.: Издательство Главного управления по использованию атомной энергии при Совете Министров СССР, 1960.
- 4. Белл Д., Глесстон С. Г. Теория ядерных реакторов. М.: Атомиздат, 1974.
- 5. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Незнамов В. П. Теория подобия в рамках односкоростной нейтронной кинетики квазистационорных систем // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2008. Вып. 1. С. 56–66.
- 6. Robert Serber The Los Alamos Primer, The First Lecture on How To Build Atomic Bomb. Edited with an introduction by Richard Rhodes. ISBN: 0520075765. University of California Press, 1992.
- 7. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Севастьянов А.А. Элементы теории подобия нестационарных однородных систем в односкоростной нейтронной кинетике // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2008. Вып. 2. С. 18–20.
- 8. Бабичев Н.Б., Лутиков И. В. Решение односкоростной задачи по нейтронной кинетике на собственные значения и собственные функции, справедливое в классе односвязных объектов с невогнутыми внешними поверхностями // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2011. Вып. 1–2. С. 61–64.
- 9. Бабичев Н. Б., Беженцев Б. В., Бондарев П. С., Забусов П. В. Собственные значения односкоростного уравнения переноса нейтронов в однородных системах // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2009. Вып. 3. С. 68–70.
- 10. Романов Ю. А. Критические параметры реакторных систем. Точные решения односкоростного кинетического уравнения и их

использование для решения диффузионных задач (усовершенствованный диффузионный метод). М.: Госатомиздат, 1960. С. 3–26.

- 11. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Севастьянов А. А. Нейтронная кинетика однородных шаров из плутония-238 и плутония-239, находящихся в произвольных состояниях // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2014. Вып. 3. С. 46–60.
- 12. Бабичев Н. Б., Беженцев Б. В., Бондарев П. С. Новые формулы для вычисления коэффициентов диффузии нейтронов // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2008. Вып. 3. С. 44–48.
- 13. Бабичев Н. Б. К вопросу о применимости диффузионной теории в случае среды с высокой активностью // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2015. Вып. 1. С. 3–5.
- 14. Peierls R. Critical conditions in neutron multiplication // Proc. Cambridge Philos. Soc. 1939. Vol. 35. Part. 4. P. 610–615.
- 15. Заграфов В. Г. Секторный метод расчета критических параметров тел произвольной формы из делящегося материала // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 1993. Вып. 3. С. 11–14.
- 16. Ахиезер А., Померанчук И. Некоторые вопросы теории ядра. Л.: Оборонгиз, 1950.
- 17. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Незнамов В. П. Некоторые решения вырожденного и близкого к вырожденному уравнений переноса нейтронов // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2009. Вып. 1. С. 3–10.
- 18. Бабичев Н. Б., Забусов П. В., Лутиков И. В., Незнамов В. П. Приближенное аналитическое решение задачи на главные собственные значения односкоростного кинетического уравнения переноса нейтронов в случае однородного шара из произвольного вещества при любых его оптических толщинах // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2009. Вып. 3. С. 14–17.
- 19. Бабичев Н. Б., Севастьянов А. А. Нейтронные поля внутри и за пределами однородных глубокоподкритичных шаров // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2015. Вып. 1. С. 6–19.
- 20. Бабичев Н. Б., Забусов П. В., Лутиков И. В., Незнамов В. П. Характерные зависимости главных собственных значений кинетического уравнения для нейтронов от оптической толщины произвольной однородной системы // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2010. Вып. 1–2. С. 6–11.

- 21. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Севастьянов А. А. Кинетика однородных систем, выполненных из поглощающих нейтроны и инертных веществ // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2014. Вып. 3. С. 70–75.
- 22. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Севастьянов А. А. Аналитические решения задач по нейтронной кинетике однородных шаров из произвольных материалов // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2014. Вып. 3. С. 76–83.
- 23. Бабичев Н. Б., Севастьянов А. А. Оценка ширины особой области в пространственном распределении нейтронов внутри однородных активных шаров // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2015. Вып. 1. С.20–24.
- 24. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Севастьянов А. А. Нейтронная кинетика однородных шаров, состоящих из плутония-238 и плутония-239 // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2014. Вып. 3. С. 46–60.
- 25. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Севастьянов А. А. Нейтронная кинетика двумерных и трехмерных систем из плутония-238 и плутония-239 // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2015. Вып. 1. С. 30–34.
- 26. Бабичев Н. Б., Севастьянов А. А. Критические параметры однородных шаров, состоящих из плутония-238 и плутония-239 // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2014. Вып. 3. С. 28–35.
- 27. Howerton R. J., Dye R. E., Perkins S. T. Evaluated Nuclear Data Library(ENDL). Report UCRL-50400, vol. 4, rev. 1, appendix C. 1982.
- 28. Herman M., Trkov A. ENDF-6 Format Manual, Data Formats and Procedures for the Evaluated Nuclear Data Files ENDF/B-VI and ENDF/B-VII. BNL-90365. National Nuclear Data Center, Brookhaven National Laboratory, Upton, New York 11973-5000, July 2010.
- 29. Solution of an initial-value problem in linear transport theory: monoenergetic neutrons in a slab with infinite reflectors. by Perry A. Newman and Robert L. Bouden Langley Research Center (the material presented herein was thesis entitled "Time-Dependent Monoenergetic Neutron Transport in a Finite Slab With Infinite Reflectors" submitted in partial fulfillment of the requirements the degree of Doctor of Philosophy in Physics "), Virginia Polytechnic Institute, Blacksburg, Virginia, December 1969 by Perry A. Newman.

- 30. Bouden, Robert L., Jr.: Time-Dependet Solution of the Neutron Transport Equation in a Finite Slab. Ph. D. Thesis, Virginia Polytech. Inst., Jan. 1963.
- 31. Bouden, Robert L.; and Williams, Clayton D. Solution of the Initial-Value Transport Problem for Monoenergetic Neutrons in Slab Geometry // J. Math. Phys. Vol. 5, N. 11, Nov. 1964. P. 1527–1540.
- 32. Newman, Perry A.; end Bouden, Robert L.: Solution of the Initial-Value Neutron- Transport Problem for a Slab With Infinite Reflectors // J. Math. Phys. Vol. 11, N. 8 Aug. 1970. P. 2445–2458.
- 33. Yamagishi T. Solutions of Monoenergetic Time Dependent Neutron Transport Equation in Slab Geometry // J. Nucl. Sci. and Technology. Vol. 10 (5). P. 284–291. 1973.
  - 34. Schwarzschild K. // Math. Phys. Klasse. 1906. Vol. 41.
  - 35. Case K. M. // Rev. Mod. Rhys. 1957. Vol. 29. P. 65.
  - 36. Placzek G, Seidel W Phys. Rev. 1947. Vol. 72. P. 550.
  - 37. Placzek G Phys. Rev. 1947. Vol. 72. P. 556.
  - 38. Mark C Phys. Rev. 1947. Vol. 72. P. 558.
- 39. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Незнамов В. П. Особенности односкоростной кинетики нейтронов в оптически толстых однородных системах и решение квазистационарного варианта задачи Милна // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2008. Вып. 2. С. 21–31.
- 40. Бабичев Н. Б., Бондарев П. С. Поле нейтронов в надкритической активной системе из двух соприкасающихся полубесконечных сред // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2008. Вып. 2. С. 32–37.
- 41. Бондарев П. С. Решение общей задачи Милна с двумя средами, хотя бы одна из которых размножает нейтроны // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2011. Вып. 1–2. С. 70–76.
- 42. Бабичев Н. Б., Бондарев П. С., Незнамов В. П. Теория подобия в нейтронной кинетике и ее использование для решения прикладных задач РФЯЦ-ВНИИЭФ // УФН. 2011. Т. 181, № 9. С. 953–963.
- 43. Бабичев Н. Б., Бондарев П. С. Решение нестационарной двухобластной задачи Милна в теории переноса нейронов // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2012. Вып. 1. С. 25–29.
- 44. Case K.M., Zweifel P.F. Linear Nransport Theory. Reading, Mass. Addison-Wesley Publ. Co., 1967.

- 45. Кейз К., Цвайфель П. Линейная теория переноса. М.: Мир, 1972.
  - 46. Winer N, Hopf E Berliner // Ber. Math. Phys. Klasse. 1931. P. 696.
- 47. Бабичев Н. Б., Колобянина Н. В., Лутиков И. В., Мжачих С. В., Севастьянов А. А. Верификация блока расчета нейтронной кинетики разностной расчетной методики ARCTUR на основе сравнения численных и точных решений задачи Милна // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2009. Вып. 2. С. 3–13.
- 48. Бабичев Н. Б., Севастьянов А. А. Особенности пространственного распределения нейтронов вблизи границ // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2008. Вып. 2. С. 32–37.
  - 49. LeCaine // J. Phys. Rev. 1947. Vol. 72. P. 564.
  - 50. LeCaine // J. Can. Journ. of research. 1950. Vol. 28. P. 242.
- 51. Бабичев Н. Б., Забусов П. В. Приближенные аналитические решения задачи Милна в теории переноса нейронов // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2009. Вып. 1. С. 11–16.
- 52. Бабичев Н. Б., Лутиков И. В., Севастьянов А. А. Нестационарная задача Милна с постоянным объемным источником нейтронов в полубесконечной инертной среде // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2008. Вып. 3. С. 35–38.
- 53. Perry R. T. and Wilson W. B. Neutron Production from  $(\alpha, n)$  Reactions and Spontaneous Fission in ThO<sub>2</sub>, UO<sub>2</sub>, and (U,Pu)O<sub>2</sub> Fuels. Los Alamos National Laboratory report LA-8869-MS (June 1981). фоны
- 54. Lederer C. M. and Shirley V. S. Eds., Table of Isotopes, 7th ed. (John Wiley & Sons, Inc., New York, 1978). тепло
- 55. Firestone R. B., Chu S. Y. F., Shiley V. S. Table of Isotopes CD-ROM // Wiley-Interscience, 8-th Edition, Ver. 1.0, March 1996. тепло
- 56. Бабичев Н. Б., Севастьянов А. А. Об эффекте саморазогрева плутония-238 в простых по геометрии сферически-симметричных системах // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2014. Вып. 3. С. 85–88.
- 57. Бабичев Н. Б., Севастьянов А. А. Нейтронные поля внутри простых по геометрии сферически-симметричных систем, создаваемые нейтронами спонтанных делений изотопа <sup>238</sup>Pu // ВАНТ, Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2015. Вып. 1. С. 25–29.
- 58. Бабичев Н. Б., Севастьянов А. А. Соотношения подобия, полученные из неоднородного кинетического уравнения для ней-

- тронов // ВАНТ, Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2015. Вып. 2. С. 56–60.
- 59. Климов В. Н. Кинетическое уравнение для примесей // Теория вероятностей и ее прменение. Т. 2. Вып. 2. 1957.
- 60. Бабичев Н. Б., Бондарев П. С., Незнамов В. П. Уравнения переноса нейтронов: Учебное пособие по теоретической нейтронной кинетике для студентов и молодых специалистов. Институт теоретической и математической физики (ИТМФ) РФЯЦ-ВНИИЭФ. Саров. 2010.
- 61. Судэк Г. Материалы комиссии атомной энергии США: ядерные реакторы (том 1, физика ядерных реакторов), глава 4 (Статистика реактора, теория и общие результаты) М.: Изд-во иностр. лит., 1956.
- 62. Бабичев Н. Б., Морозов В. Г., Севастьянов А. А. Приближенный метод определения спектра нейтронов и других характеристик в оптически толстых водородосодержащих системах // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2008. Вып. 3. С. 39–43.
- 63. Лалетин Н. И. Дифференциальные уравнения для термализации нейтронов в бесконечных однородных средах. М.: Атомная физика, 1963. Т. 14. Вып. 5. С. 402.
- 64. Лалетин Н. И. Спектры медленных нейтронов в воде с поглотителями. Н. И. Лалетин. М.: Атомная физика, 1964. Т. 16. Вып. 5. С. 142.
- 65. Коген Е. Экспериментальные реакторы и физика реакторов // Доклады иностранных ученых на Международной конференции по мирному использованию атомной энергии. 1955 г., г. Женева. М: ГосТехиздат, 1956. С. 257.
  - 66. Beyster J. R. // Nucl. S. Eng. 1961. Vol. 9. P. 168.
  - 67. Nelkin M. S. // Phys.Rev. 1961. Vol. 119. P. 741.
  - 68. Голдман Д. Т. // Термализация нейтронов. 1964. С. 44.
- 69. Бабичев Н. Б. Некоторые вопросы теоретической нейтронной кинетики // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2015. Вып. 1. С. 41–52.
- 70. Бабичев Н. Б. Усовершенствование теории подобия процессов нейтронной кинетики и результаты аналитических исследований // ВАНТ. Сер. Теоретическая и прикладная физика. 2015. Вып. 2. С. 45–55.

#### Научное издание

### Бабичев Николай Борисович

### Теория подобия нейтронно-кинетических процессов

Монография

Редактор *Н. П. Мишкина* Компьютерная подготовка оригинала-макета *Н. В. Мишкина* 

Подписано в печать 09.07.2015. Формат  $60\times90/16$  Печать офсетная. Усл. печ. л. ~12,6. Уч.-изд. л. ~10 Тираж 300 экз. Зак. тип. 28-2015

Отпечатано в ИПК ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ» 607188, г. Саров Нижегородской обл.