

Министерство образования и науки Российской Федерации
Федеральное агентство по образованию
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

С. О. Ширяева, А. И. Григорьев

Введение в теорию пограничного слоя

Учебное пособие

*Рекомендовано
Научно-методическим советом университета
для студентов, обучающихся по специальности Физика*

Ярославль 2009

УДК 53
ББК В 253.35я73
Ш 64

*Рекомендовано
Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2009 года*

Рецензенты:
кафедра прикладной математики и вычислительной техники
Ярославского государственного технического университета;
доктор физ.-мат. наук, профессор В. А. Коромыслов

Ширяева, С. О. Введение в теорию пограничного слоя: учеб.
Ш 64 пособие / С. О. Ширяева, А. И. Григорьев ; Яросл. гос. ун-т
им. П. Г. Демидова. – Ярославль : ЯрГУ, 2009. – 140 с.
ISBN 978-5-8397-0658-3

Рассматривается модификация теории пограничного слоя, связанного с периодическим движением заряженной свободной поверхности вязкой жидкости, ориентированная на аналитические расчеты осцилляций большой амплитуды конечных объемов маловязкой жидкости и капиллярно-гравитационного волнового движения на свободной плоской или цилиндрической маловязкой жидкости.

Предназначено для студентов, обучающихся по специальности 010701 Физика (дисциплина "Задачи теории пограничного слоя", блок ДС), очной формы обучения.

При написании учебного пособия авторы пользовались поддержкой гранта губернатора Ярославской области, гранта Рособразования № 2.1.1/3776 и грантов РФФИ № 09-01-00084 и № 09-08-00148.

УДК 53
ББК В 253.35я73

ISBN 978-5-8397-0658-3

© Ярославский государственный
университет им. П. Г. Демидова, 2009

Введение

Основы представлений о пограничном слое в окрестности твердого тела, контактирующего с потоком маловязкой жидкости, были заложены Л. Прандтлем в 1904 году [1–2]. За прошедшее столетие его представления были развиты и превратились в тщательно проработанную корректную теорию, нашедшую самые широкие приложения в практике технических расчетов [1–8].

Как отмечено в [4], к началу двадцатого столетия наука о движении жидкости распалась на две ветви, почти не связанные между собой: с одной стороны, достигшая совершенства теоретическая гидродинамика, основанная на модели идеальной жидкости, но во многом расходившаяся с данными экспериментальных исследований, а с другой – экспериментальные исследования и весьма громоздкие теоретические расчеты для вязкой жидкости, практическая потребность в которых была весьма насущной. Так, в [5] собрано значительное количество весьма любопытных гидродинамических парадоксов, происходящих из-за расхождения между теорией гидродинамики идеальной жидкости и данными экспериментальных наблюдений. Наиболее резкое противоречие теории и практики имело место в весьма важных вопросах о потере давления в трубах и каналах и о сопротивлении, которое оказывает жидкость движущемуся в ней телу; поэтому классическая гидромеханика идеальной жидкости имела для практики лишь небольшое значение, что и побудило создать для решения проблем, выдвигавшихся быстро развивавшейся техникой, свою собственную науку о движении жидкости по трубам – гидравлику. Эта наука, принявшая резко выраженный эмпирический характер, опиралась в основном на экспериментальные данные и очень сильно отличалась от теоретической гидродинамики идеальной жидкости как методами, так и целью.

Связав теорию с практикой, Л. Прандтль [1–2] положил начало созданию теории пограничного слоя. Правда, еще в девятнадцатом веке было известно, что резкое расхождение между результатами гидродинамики идеальной жидкости и данными экс-

периментальных исследований возникало в очень многих случаях вследствие пренебрежения в теоретических расчетах вязкостью жидкости. Уравнения Навье – Стокса, описывающие движение вязкой жидкости с учетом трения, были окончательно сформулированы еще в середине девятнадцатого века, однако вследствие больших математических трудностей их не удавалось применить к теоретическому исследованию течения жидкости с трением за исключением нескольких частных случаев [5–8]. Между тем для многих жидкостей и газов, важных в технических приложениях, коэффициент вязкости весьма мал, и, следовательно, силы трения, обусловленные вязкостью, также малы по сравнению с силами тяжести и давления. Это обстоятельство долгое время мешало пониманию того, каким образом малые силы трения, которые в гидродинамике идеальной жидкости считалось возможным отбрасывать, оказывали, тем не менее, весьма важное влияние на процесс движения вязких жидкостей.

Исходя из теоретических соображений и данных экспериментальных исследований, Л. Прандтль показал, что течение в окрестности твердого тела можно разделить на две области: на область очень тонкого слоя вблизи тела (пограничный слой), где трение играет существенную роль, и на область вне этого слоя, где трением можно пренебрегать, а движение жидкости можно считать потенциальным. Это предложение Л. Прандтля, с одной стороны, позволило получить физически наглядное объяснение важной роли вязкости в проблеме сопротивления жидкостей движению твердых тел в ней, а с другой стороны, дало возможность преодолеть математические трудности, стоявшие перед гидродинамикой вязкой жидкости. Свои теоретические соображения он подтвердил очень простыми и наглядными опытами в небольшом, построенном им самим гидроканале. В итоге гипотеза Л. Прандтля положила начало восстановлению утраченной связи между теоретической гидродинамикой идеальной жидкости и практическими результатами гидравлики. Теория пограничного слоя Прандтля сразу же после своего опубликования в 1904 году дала мощный толчок к дальнейшему развитию теоретических исследований в области гидродинамики вязкой жидкости.

Пограничный слой в окрестности твердого тела в потоке вязкой жидкости

Фундаментальный вопрос механики жидкости состоит в том, чтобы найти взаимосвязь между решениями для уравнений Эйлера для движения идеальной жидкости в окрестности твердого тела, обтекаемого ею, и решениями той же задачи на основе уравнений Навье – Стокса для жидкостей с малой вязкостью [1–8]. Математически речь идет об асимптотическом (при $\nu \rightarrow 0$) поведении решений системы уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + (\vec{U} \cdot \nabla) \vec{U} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \cdot \Delta \vec{U}; \\ \operatorname{div} \vec{U} = 0. \end{cases}$$

При рассмотрении некоторых видов течений, таких как, например, течение около удобообтекаемого тела вращения или течение около профиля крыла можно заметить очень важную особенность: влияние вязкости при очень больших числах Рейнольдса проявляется только в очень тонком слое, находящемся в непосредственной близости от твердых стенок. Если бы в действительных жидкостях не происходило прилипания к стенкам, то для указанных выше течений картина линий тока была бы почти одинаковой как при наличии, так и при отсутствии вязкости. Однако в реальных жидкостях всегда имеет место прилипание к стенкам, и оно значительно изменяет картину линий тока, так как вызывает вследствие трения торможение прилегающего к стенкам тонкого слоя жидкости. В этом тонком слое скорость течения возрастает от нуля на стенке (прилипание) до своего полного значения во внешнем потоке на внешней границе тонкого слоя, за пределами которого жидкость можно рассматривать как идеальную. Указанный тонкий слой называют, следуя Прандтлю, *пограничным слоем*, или *слоем трения*.

Оценка толщины пограничного слоя

Толщину пограничного слоя безотрывного обтекания маловязкой жидкостью твердого тела можно приближенно определить