УДК 536.46

ПЛАМЯ С РЕАЛЬНЫМ ТЕПЛОВЫМ РАСШИРЕНИЕМ В НЕСТАЦИОНАРНОМ ТУРБУЛЕНТНОМ ПОТОКЕ

В. Б. Аккерман[1,2], В. В. Бычков[1]

[1]Institute of Physics, Umeå University, S-90187 Umeå, Sweden
[2]Институт проблем безопасного развития атомной энергетики РАН, 113191 Москва
slava.akkerman@physics.umu.se

Исследована скорость распространения турбулентного пламени с реальным тепловым расширением во внешнем течении, зависящем от времени, для случая бесконечно тонкого фронта пламени и для пламени малой, но конечной толщины. Показано, что влияние пульсаций потока во времени обычно мало, и им можно пренебречь для разумных значений частоты пульсаций. В случае реального теплового расширения роль пульсаций во времени даже меньше, чем в исследованной ранее искусственной модели нулевого расширения. Из полученных результатов видно, что гипотеза Тейлора о «стационарной» турбулентности является хорошим приближением при исследовании турбулентного горения. Роль пульсаций становится значительной, только когда интегральный масштаб турбулентности близок к длине волны отсечки неустойчивости Дарье — Ландау. В этом частном случае пульсации во времени могут оказаться важными для объяснения экспериментов по турбулентному горению.

Ключевые слова: горение в предварительно перемешанном горючем, турбулентное пламя, неустойчивость Дарье — Ландау.

ВВЕДЕНИЕ

Скорость распространения турбулентного пламени в предварительно перемешанном горючем является одной из наиболее интересных и важных задач в науке о горении. Внешнее турбулентное течение искривляет форму фронта пламени; искривленное пламя имеет большую площадь поверхности, поглощает больше горючего в единицу времени и поэтому распространяется гораздо быстрее плоского пламени. К сожалению, из-за различных математических и вычислительных сложностей строгой теории турбулентного горения пока нет. Кроме того, знания о турбулентности в реальных лабораторных и промышленных приложениях довольно ограничены. Одним из стандартных упрощающих предположений, используемых при описании турбулентного потока, является гипотеза Тейлора о «стационарной» турбулентности [1–6]. Согласно этой гипотезе пульсации турбулентного потока во времени пренебрежимо малы по сравнению с пульсациями, возникающими из-за распространения пламени, и их можно не учитывать. В этом случае двумерное турбулентное течение может быть описано в лабораторной системе отсчета с помощью следующей стационарной изотропной модели [5]:

$$u_z = \sum_{i=1}^{N} U_i \cos(k_i z + \varphi_{iz}) \cos(k_i x + \varphi_{ix}), \quad (1)$$

$$u_x = \sum_{i=1}^{N} U_i \sin(k_i z + \varphi_{iz}) \sin(k_i x + \varphi_{ix}), \quad (2)$$

где u_z, u_x — составляющие скорости, k_i — волновые числа турбулентных гармоник, U_i — их амплитуды, φ_{ix}, φ_{iz} — произвольные фазы. Амплитуды U_i зависят от k_i. В случае колмогоровского спектра турбулентности получаем $U_i \propto k_i^{-5/6}$. Модель (1), (2) является довольно общей, поскольку это не что иное, как фурье-разложение некоторого турбулентного течения. Согласно уравнениям (1), (2) среднеквадратичная скорость турбулентного течения имеет вид

$$U_{rms}^2 = \langle u_x^2 \rangle = \langle u_z^2 \rangle = \sum_{i=1}^{N} \frac{U_i^2}{4}. \quad (3)$$

Очевидно, что модель (1), (2) удовлетворяет уравнению непрерывности $\nabla \cdot \mathbf{u} = 0$. Число

Данная работа была поддержана Шведским исследовательским фондом (Swedish Research Foundation, VR) и фондом Кемпе (Kempe Foundation).

гармоник в турбулентном спектре (N) является собственным параметром модели. Строго говоря, нужно рассматривать все значения k между интегральным ($k_t = 2\pi/\lambda_t$) и колмогоровским ($k_v = 2\pi/\lambda_v$) волновыми числами. При этом число гармоник можно оценить как $N = \mathrm{int}[k_v/k_t]$. Однако чаще всего имеют место соотношения $\lambda_t \gg \lambda_v$ и $N \to \infty$. В этом случае чем большее число гармоник N учитывается, тем лучше модель (1), (2) воспроизводит турбулентный спектр.

Хотя гипотеза Тейлора использовалась во многих работах [1–10], она не была ни доказана теоретически, ни проверена экспериментально. Более общая турбулентная модель [5] учитывает также пульсации турбулентного потока во времени:

$$u_z = \sum_{i=1}^{N} \sqrt{2} U_i \cos(k_i z + \varphi_{iz}) \cos(k_i x + \varphi_{ix}) \times \times \cos(\Omega_i t + \varphi_{it}), \quad (4)$$

$$u_x = \sum_{i=1}^{N} \sqrt{2} U_i \sin(k_i z + \varphi_{iz}) \sin(k_i x + \varphi_{ix}) \times \times \cos(\Omega_i t + \varphi_{it}), \quad (5)$$

где Ω_i — частоты пульсаций для различных турбулентных мод, φ_{it} — соответствующие произвольные фазы. Множитель $\sqrt{2}$ добавлен в уравнения (4), (5) для того, чтобы сохранить выражение (3) для среднеквадратичной турбулентной скорости.

В течение некоторого времени существовали разногласия насчет влияния пульсаций на скорость турбулентного пламени. На основании численных исследований [11, 12] было высказано предположение, что пульсации во времени могут уменьшить скорость пламени и даже вызвать насыщение зависимости скорости пламени от среднеквадратичной турбулентной скорости U_{rms} при больших значениях U_{rms}. Однако анализ [11, 12] был выполнен при упрощающем предположении о сдвиговом течении, которое не зависит от продольной координаты

$$u_z = \sum_{i=1}^{N} U_i \cos(k_i x + \varphi_{ix}) \cos(\Omega_i t + \varphi_{it}), \quad (6)$$

что существенно отличает этот анализ от гораздо более реалистичной модели (4), (5). В рамках модели (4), (5) турбулентное горение изучалось в работе [13]. Было показано, что пульсации во времени не приводят ни к насыщению, ни к какому-либо другому качественному изменению зависимости скорости турбулентного пламени. Единственным эффектом пульсаций во времени, обнаруженным в работе [13], были некоторые количественные вариации скорости пламени, зависящие от частоты пульсаций.

До сих пор влияние пульсаций турбулентного потока во времени изучалось только в искусственном пределе нулевого скачка плотности на фронте пламени, когда коэффициент теплового расширения (определяемый как отношение плотностей горючей смеси и продуктов горения) равен единице: $\Theta \equiv \rho_f/\rho_b = 1$. В этом случае пламя не оказывает влияния на внешнее течение. Однако для реальных пламен коэффициент расширения довольно большой: $\Theta = 5 \div 10$, что приводит к сильному взаимодействию пламени и потока. Кроме того, скачок плотности на фронте пламени вызывает неустойчивость Дарье — Ландау (ДЛ), которая искривляет изначально плоский фронт даже в случае нулевой турбулентности. ДЛ-неустойчивость присуща практически всем пламенам. Она широко изучалась для случая ламинарного горения [14, 15]. В течение долгого времени оставался открытым вопрос, как включить ДЛ-неустойчивость в теорию турбулентного пламени [16, 17]. Недавно было показано, что в пределе слабой турбулентности увеличение скорости пламени является просто суммой увеличений за счет ДЛ-неустойчивости и внешней турбулентности:

$$\Delta U = \Delta U_{\mathrm{DL}} + \Delta U_t. \quad (7)$$

Здесь $\Delta U \equiv U_w - U_f$, U_w — скорость искривленного пламени, U_f — скорость ламинарного горения, а ΔU_{DL} — вклад ДЛ-неустойчивости в случае нулевой турбулентности, ΔU_t — увеличение скорости за счет частного решения уравнений горения, обусловленного турбулентностью. Характерные свойства этого частного решения обсуждаются в данной работе. Модельные численные исследования [9] также привели к результату (7). Используя (7), можно изучать влияние пульсаций турбулентного потока во времени на скорость пламени для реальных значений коэффициента теплового расширения $\Theta = 5 \div 10$.

В настоящей работе исследуется турбулентное горение с реалистичным тепловым расширением во внешнем течении, зависящем от времени. Показано, что пульсации во времени слабо влияют на скорость горения в пределе бесконечно тонкого фронта пламени. При учете конечной толщины пламени пульсации во времени также не приводят к каким-либо новым качественным эффектам. Влияние пульсаций становится значительным, только если интегральный масштаб турбулентности оказывается близок к длине волны отсечки ДЛ-неустойчивости.

1. РЕШЕНИЕ, ОБУСЛОВЛЕННОЕ ТУРБУЛЕНТНОСТЬЮ, ДЛЯ СЛАБО ИСКРИВЛЕННОГО, БЕСКОНЕЧНО ТОНКОГО ПЛАМЕНИ

Для того чтобы упростить последующие вычисления, удобно переписать модель (4), (5) в виде

$$u_z = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^{N} U_i [\cos(k_i z + \Omega_i t + \varphi_{it+}) + \\ + \cos(k_i z - \Omega_i t + \varphi_{it-})] \cos(k_i x + \varphi_{ix}), \quad (8)$$

$$u_x = \frac{1}{\sqrt{2}} \sum_{i=1}^{N} U_i [\sin(k_i z + \Omega_i t + \varphi_{it+}) + \\ + \sin(k_i z - \Omega_i t + \varphi_{it-})] \sin(k_i x + \varphi_{ix}). \quad (9)$$

К сожалению, до сих пор нет какой-либо информации о частоте пульсаций во времени. Анализ размерностей приводит к двум наиболее вероятным вариантам [11–13]:

$$\Omega_i \propto u_{rms}(k_i) k_i \quad (10)$$

или

$$\Omega_i \propto U_i k_i. \quad (11)$$

Здесь $u_{rms}(k)$ — среднеквадратичная скорость, обеспечиваемая турбулентными модами на масштабах меньше $2\pi/k$,

$$u_{rms}^2(k) = \int_k^{k_v} E_t(\eta) d\eta, \quad (12)$$

где $E_t(\eta)$ — спектральная плотность кинетической энергии турбулентности, промежуточная переменная η имеет размерность волнового числа. Для всего турбулентного спектра среднеквадратичную скорость (3) можно также представить в интегральной форме:

$$U_{rms}^2 = u_{rms}^2(k_t) = \int_{k_t}^{k_v} E_t(k) dk. \quad (13)$$

В случае колмогоровского спектра величину E_t можно найти из уравнения (13):

$$E_t(k) = \frac{2}{3} \frac{U_{rms}^2 k_t^{2/3} k^{-5/3}}{1 - (k_t/k_v)^{2/3}} \approx \frac{2}{3} U_{rms}^2 k_t^{2/3} k^{-5/3}. \quad (14)$$

В пределе $k_v \gg k_t$ получаем $u_{rms}(k) = U_{rms}(k/k_t)^{-1/3}$. В этом случае выражения (10), (11) для частоты пульсаций можно представить в виде

$$\Omega_i = q U_{rms} k_i (k_i/k_t)^{\gamma-1} \propto k_i^{\gamma}, \quad (15)$$

где $\gamma = 2/3$ или $1/6$ при выборе (10) или (11) соответственно. Параметр q определяет относительную роль пульсаций во времени по сравнению с приближением стационарной турбулентности, его можно рассматривать в качестве безразмерной частоты пульсаций. В работах [11, 12] принималось $q \approx 0.1$. Однако до сих пор неизвестно, насколько велико может быть значение q на самом деле.

Линейный отклик бесконечно тонкого фронта пламени на слабое внешнее турбулентное течение описывается уравнением [16]

$$\frac{\Theta+1}{2\Theta} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} + U_f \hat{\Phi} \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{\Theta-1}{2} U_f^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} = \\ = \left(U_f \hat{\Phi} + \frac{\partial}{\partial t} \right) u_z, \quad (16)$$

где $z = F(x,t)$ — положение фронта пламени, $\hat{\Phi}$ — ДЛ-оператор, который обозначает произведение абсолютной величины волнового числа возмущений вдоль фронта пламени в фурье-пространстве:

$$\hat{\Phi} F = \frac{1}{2\pi} \int k F_k \exp(ikx) dk. \quad (17)$$

Отметим, что уравнение (16) справедливо для произвольной величины Θ. Его левая часть описывает развитие ДЛ-неустойчивости, а правая определяет отклик пламени на внешнее течение (очевидно, что в случае нулевой турбулентности уравнение (16) сводится к широко известному дисперсионному соотношению