

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова

А. В. Бадеев, Н. Б. Цыренжапов, Д. Д. Рыбдылова

**АЛГЕБРА:
АРИФМЕТИЧЕСКОЕ ВЕКТОРНОЕ
ПРОСТРАНСТВО,
МАТРИЦЫ, СИСТЕМЫ ЛИНЕЙНЫХ УРАВНЕНИЙ**

*Рекомендовано
Учебно-методическим советом БГУ
в качестве учебно-методического
пособия для обучающихся
по направлениям подготовки
010302 Прикладная математика и информатика,
020303 Математическое обеспечение и
администрирование информационных систем,
090303 Прикладная информатика*

Улан-Удэ
Издательство Бурятского госуниверситета
2021

УДК 512.64
ББК 22.143
Б 15

Утверждено к печати редакционно-издательским советом
Бурятского государственного университета

Рецензенты

П. Л. Абидуев, канд. физ.-мат. наук, доц., зав. кафедрой «Естественно-научные дисциплины» ФГБОУ ВО «Бурятская государственная сельскохозяйственная академия имени В. Р. Филиппова»

И. К. Шаранхаев, канд. физ.-мат. наук, доц., зав. кафедрой алгебры, дискретной математики и прикладной информатики ФГБОУ ВО «Бурятский государственный университет имени Доржи Банзарова»

Текст печатается в авторской редакции

Бадеев А. В.

Б 15 Алгебра: арифметическое векторное пространство, матрицы, системы линейных уравнений: учебно-методическое пособие / А. В. Бадеев, Н. Б. Цыренжапов, Д. Д. Рыбдылова – Улан-Удэ: Издательство Бурятского госуниверситета, 2021. – 64 с.

Учебно-методическое пособие подготовлено на основе курса по алгебре, читаемого в Институте математики и информатики БГУ. Рассмотрены такие разделы алгебры, как арифметическое пространство, алгебра матриц, системы линейных уравнений.

Предназначено для обучающихся по направлениям подготовки 010302 Прикладная математика и информатика, 020303 Математическое обеспечение и администрирование информационных систем, 090303 Прикладная информатика. Также может быть полезно для обучающихся других специальностей математического профиля.

© А. В. Бадеев, Н. Б. Цыренжапов, Д. Д. Рыбдылова, 2021
© Бурятский госуниверситет им. Д. Банзарова, 2021

Содержание

Предисловие	5
1. Арифметическое векторное пространство	8
1.1. Определения и примеры	8
1.2. Линейная зависимость систем векторов	10
1.3. Базис конечной системы векторов	11
2. Матрицы. Ранг матрицы	14
2.1. Определения и примеры	14
2.2. Элементарные преобразования матриц	16
2.3. Равенство строчечного и столбцового рангов матрицы	18
3. Действия с матрицами	20
3.1. Определения и примеры	20
3.2. Свойства операций над матрицами	21
3.3. Транспонирование матриц	23
3.4. Ранг произведения матриц	24
4. Системы линейных уравнений	25
4.1. Определения и примеры	25
4.2. Критерий совместности систем линейных уравнений	26
4.3. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений	27
4.4. Однородные системы линейных уравнений	30
4.5. Общее решение в векторной форме	31
5. Квадратные матрицы	34
5.1. Определения и примеры	34
5.2. Элементарные матрицы	35
5.3. Критерий обратимости матрицы	37
5.4. Метод Гаусса нахождения обратной матрицы и решения матричных уравнений	38

6. Определители	43
6.1. Понятие определителя	43
6.2. Свойства определителей	44
6.3. Метод Гаусса вычисления определителей матриц .	47
6.4. Разложение определителя по строке или столбцу .	48
6.5. Определитель произведения матриц	50
6.6. Применение определителей	51
Задачи для самостоятельного решения	56
Библиографический список	62

Предисловие

Настоящее учебно-методическое пособие предназначено для изучения дисциплины «Алгебра» в рамках реализации образовательной программы высшего образования для обучающихся по направлениям подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика», 02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем», 09.03.03 «Прикладная информатика» очной формы обучения и подготовлено в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования.

Дисциплина «Алгебра» входит в базовую часть блока Б1 «Дисциплины (модули)» как обязательная дисциплина. В ходе изучения дисциплины у обучающихся формируются следующие общепрофессиональные компетенции:

- по направлениям подготовки «Математическое обеспечение и администрирование информационных систем» и «Прикладная математика и информатика»:

ОПК-1: способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности;

- по направлению подготовки Прикладная информатика:

ОПК-2: способен анализировать социально-экономические задачи и процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен

знать:

- теорию комплексных чисел;
- основы теории групп, колец, полей;
- методы решения систем линейных уравнений;
- алгебру матриц и теорию определителей матриц;
- теорию линейных пространств и линейных операторов;
- теорию многочленов;

уметь:

- производить вычисления и решать уравнения в комплексных числах;
- исследовать и решать системы линейных уравнений;

- выполнять действия над матрицами, находить обратную матрицу, определитель матрицы, решать матричные уравнения;
- решать задачи с векторами, системами векторов, линейными операторами;
- решать задачи с многочленами, находить корни многочленов, раскладывать многочлены на множители;

владеть:

- методологией и навыками решения научных и практических задач.

Основная задача данного учебно-методического пособия - оказать методическую помощь студентам, изучающим дисциплину «Алгебра». Эта задача определяется сложностью алгебры для ее изучения студентами первого курса. Необходима адаптированная литература, такая как учебные пособия, ориентированная на вчерашнего школьника. В основу данного пособия положен материал курса по алгебре, читаемый автором в Институте математики и информатики Бурятского государственного университета.

Первые шесть разделов пособия являются основными и содержат теоретический материал по теме «Арифметическое векторное пространство» и тесно связанным с ней темам «Матрицы и определители матриц», «Системы линейных уравнений». Пособие призвано помочь студентам в более глубоком, детальном усвоении сложного теоретического материала, поэтому доказательства большинства теорем, лемм, следствий, свойств тщательно разобраны и изложены. Остальные предлагается доказать самостоятельно в качестве упражнений. Каждый раздел содержит примеры с подробным решением задач и методическими указаниями по их решению.

В первом разделе приводятся основные понятия арифметического векторного пространства: вектор, операции над векторами, линейная зависимость систем векторов, линейные оболочки и базисы. Доказываются основные свойства и теоремы о векторах и линейных оболочках. Математический аппарат этого раздела используется в остальных разделах. Матрица представляется как система векторов, а система линейных уравнений - как векторное или матричное уравнение.

Во втором и третьем разделах дается определение ранга матрицы, действий с матрицами и выводятся основные свойства матриц.

Четвертый раздел посвящен системам линейных уравнений. Приводится критерий совместности систем линейных уравнений, метод Гаусса решения систем линейных уравнений, описывается структура множества решений однородных и произвольных систем линейных уравнений.

В пятом и шестом разделах приведены основные понятия, свойства и тео-

ремы о квадратных матрицах и их определителях, описываются способы вычисления определителей. Рассматривается применение определителей для решения систем линейных уравнений и вычислении обратной матрицы.

В седьмом разделе подобраны задачи различного уровня сложности по перечисленным темам, предназначенные для самостоятельного решения.

В конце пособия дается библиографический список необходимой для изучения литературы, который поможет читателю в более глубоком изучении алгебры.