

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

**С. Д. Глызин, А. Ю. Колесов**

# РЕЛАКСАЦИОННЫЕ АВТОКОЛЕБАНИЯ В НЕЙРОННЫХ СИСТЕМАХ

*Учебное пособие*

*Рекомендовано  
Научно-методическим советом университета  
для студентов, обучающихся по специальности  
Прикладная математика и информатика*

ЯРОСЛАВЛЬ  
ЯРГУ  
2013

УДК 519.87(075.8)

В183.4я73

Г 55

*Рекомендовано*

*Редакционно-издательским советом университета  
в качестве учебного издания. План 2013 учебного года*

Рецензенты:

Проказников А. В., доктор физико-математических наук, профессор;  
кафедра прикладной математики и вычислительной техники  
Ярославского государственного технического университета

**Глызин, Сергей Дмитриевич.**

Г 55      Релаксационные автоколебания в нейронных системах:  
учебное пособие / С. Д. Глызин, А. Ю. Колесов; Яросл. гос.  
ун-т им. П. Г. Демидова. – Ярославль: ЯрГУ, 2013. – 220 с.  
ISBN 978-5-8397-0941-6

В учебном пособии изложена теория релаксационных колебаний для специального класса уравнений с запаздываниями, моделирующими электрическую активность нервных клеток.

Предназначено для студентов, обучающихся по направлению 010400.68 Прикладная математика и информатика (дисциплины „Асимптотические методы нелинейной динамики“ и „Непрерывные математические модели“, цикл М1), очной формы обучения, а также может быть полезно для студентов других математических и физических специальностей.

Рис. 12. Библиогр.: 43 назв.

УДК 519.87(075.8)

ББК В183.4я73

**ISBN 978-5-8397-0941-6**

© ЯрГУ, 2013

# Оглавление

<b>Введение</b>	<b>6</b>
<b>1. Релаксационные автоколебания в нейронных системах с одним запаздыванием</b>	<b>11</b>
1.1. Асимптотический анализ одного уравнения . . . . .	11
1.1.1. Постановка задачи . . . . .	11
1.1.2. Основной результат . . . . .	13
1.1.3. Существование периодического решения . . . . .	16
1.1.4. Анализ свойств устойчивости . . . . .	29
1.1.5. Асимптотика периода решения. Формула поправки . . . . .	31
1.2. Динамика системы двух диффузионно связанных нейронных осцилляторов . . . . .	32
1.2.1. Постановка задачи . . . . .	33
1.2.2. Основные теоремы . . . . .	34
1.2.3. Обоснование $C$ -сходимости . . . . .	38
1.2.4. Доказательство $C^1$ -сходимости . . . . .	55
1.3. Динамика цепочки диффузионно связанных нейронных осцилляторов . . . . .	59
1.3.1. Описание объекта исследования . . . . .	59
1.3.2. Базовая теорема . . . . .	60
1.3.3. Анализ предельного отображения . . . . .	63
1.3.4. Обоснование теоремы 1.6 . . . . .	66
1.3.5. Заключительные замечания . . . . .	80
<b>2. Исследование релаксационных автоколебаний в случае двух запаздываний</b>	<b>84</b>
2.1. Моделирование bursting-эффекта в нейронных системах . . . . .	84

2.1.1.	Введение . . . . .	85
2.1.2.	Формулировка результата . . . . .	87
2.1.3.	Доказательство существования bursting-цикла . . . . .	91
2.1.4.	Анализ свойств устойчивости . . . . .	101
2.2.	Дискретные автоволны в нейронных системах . . . . .	104
2.2.1.	Введение . . . . .	104
2.2.2.	Основные результаты . . . . .	106
2.2.3.	Доказательство теоремы 2.4 . . . . .	112
2.2.4.	Заключение . . . . .	126
2.3.	Буферность в нейронных системах . . . . .	127
2.3.1.	Локальная постановка задачи . . . . .	127
2.3.2.	Метод квазинормальных форм . . . . .	130
2.3.3.	Численный анализ одного примера . . . . .	134
<b>3.</b>	<b>Релаксационные автоколебания в сетях Хопфилда с запаздыванием</b>	<b>135</b>
3.1.	Введение . . . . .	135
3.2.	Релаксационные автоколебания в математической модели отдельного нейрона . . . . .	137
3.2.1.	Описание результата . . . . .	137
3.2.2.	Доказательство существования релаксационного цикла . . . . .	141
3.2.3.	Анализ свойств устойчивости . . . . .	150
3.3.	Релаксационные автоколебания в кольцевой нейронной сети	154
3.3.1.	Общая схема исследования . . . . .	154
3.3.2.	Анализ вспомогательного нелинейного уравнения . . . . .	157
3.3.3.	Доказательство теоремы 3.2 . . . . .	161
3.3.4.	Анализ вспомогательного линейного уравнения . . . . .	168
3.3.5.	Итоговые результаты . . . . .	171
3.4.	Заключение . . . . .	176
<b>4.</b>	<b>Об одном способе математического моделирования химических синапсов</b>	<b>186</b>
4.1.	Постановка задачи . . . . .	186
4.2.	Общая схема исследования . . . . .	190
4.3.	Вспомогательное нелинейное уравнение . . . . .	193

## ОГЛАВЛЕНИЕ

5

4.4. Обоснование теоремы 4.1 . . . . .	197
4.5. Вспомогательное линейное уравнение . . . . .	204
4.6. Основные результаты . . . . .	207

<b>Заключение</b>	<b>215</b>
-------------------	------------

<b>Литература</b>	<b>216</b>
-------------------	------------