

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ПРОФЕССИОНАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ»

СТАТИСТИЧЕСКАЯ РАДИОФИЗИКА

Лабораторный практикум

Составители:
А.П. Трифонов,
В.К. Маршаков,
Ю.Э. Корчагин,
К.А. Зимовец

Издательско-полиграфический центр
Воронежского государственного университета
2011

СОДЕРЖАНИЕ

1. Лабораторная работа № 1	
Исследование законов распределений случайных сигналов	4
2. Лабораторная работа № 2	
Исследование статистических характеристик выбросов случайных процессов	20
3. Лабораторная работа № 3	
Воздействие сигнала и шума на линейные системы	33
4. Лабораторная работа № 4	
Взаимная корреляция шумов на выходах фильтров с перекрывающимися частотными характеристиками	51
5. Лабораторная работа № 5	
Экспериментальное исследование корреляционного приёмника	68
Литература	93

голического процесса $\xi(t)$. Эти оценки обычно называют эмпирической функцией распределения и гистограммой процесса $\xi(t)$ соответственно.

Как следует из формулы (1.4), для формирования оценки $F_1^*(x)$ необходимо иметь оценки всех вероятностей $P_\Delta^*(x_j)$, $j = 1, 2, 3, \dots$, на основе которых строится и гистограмма (1.5). Поэтому считается, что оценка $F_1^*(x)$ (1.4) формируется на основе гистограммы случайного процесса $\xi(t)$. В то же время, в некоторых случаях удобнее сначала произвести оценку функции распределения, и уже по ней строить гистограмму. Для получения алгоритмов таких оценок $F_1^*(x)$ и $W_1^*(x)$ заметим, что

$$F_1(x) = P(x), \quad W_1(x) = \frac{F_1(x + \Delta x) - F_1(x)}{\Delta x} = \frac{P(x + \Delta x) - P(x)}{\Delta x}, \quad (1.6)$$

где $P(x) = P\{\xi(t) \leq x\}$ — вероятность того, что значение случайного процесса $\xi(t)$ в момент времени t не превосходит порог x . В (1.6) так же как и в (1.1) предполагается, что величина Δx мала. Введём вспомогательную случайную функцию

$$\gamma_j(t) = \begin{cases} 1, & \xi(t) < x_j, \\ 0, & \xi(t) \geq x_j, \end{cases} \quad j = 1, 2, 3, \dots$$

Рис. 1.2 иллюстрирует формирование реализаций $z_j(t)$ случайных функций $\gamma_j(t)$ из реализации $x(t)$ случайного процесса $\xi(t)$. Тогда $P(x_j) = \langle \gamma_j(t) \rangle$ — статистическое среднее случайных функций $\gamma_j(t)$. Используя эргодическое свойство случайного процесса $\xi(t)$ имеем

$$P^*(x_j) = \frac{1}{T_{0j}} \int_{t_{0j}}^{t_{0j} + T_{0j}} z_j(t) dt, \quad (1.7)$$

где $z_j(t)$ — реализации случайных процессов $\gamma_j(t)$, временное усреднение которых начинается в момент времени t_{0j} и заканчивается в $t_{0j} + T_{0j}$. Используя оценки (1.7), из (1.6) получаем

$$F_1^*(x) \approx P^*(x_j) \quad x \in [x_j, x_{j+1}), \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (1.8)$$

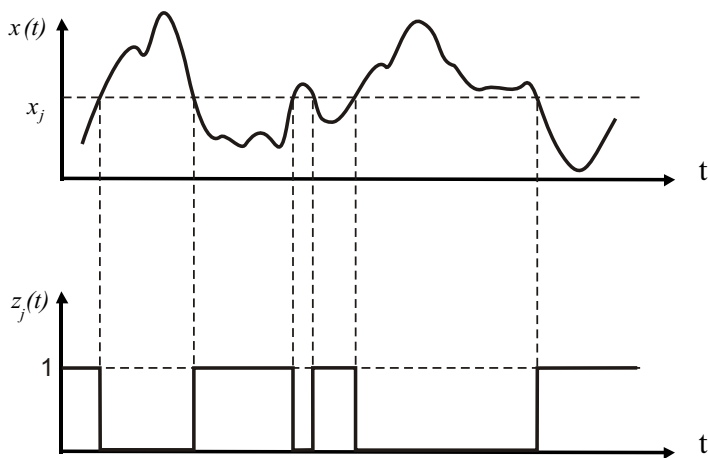


Рис. 1.2

$$W_1^*(x) \approx \frac{P^*(x_{j+1}) - P^*(x_j)}{\Delta x}, \quad x \in [x_j, x_{j+1}), \quad j = 1, 2, 3, \dots \quad (1.9)$$

Выражения (1.8) и (1.9) определяют алгоритмы оценок одномерных функций распределения и плотности вероятности эргодического случайного процесса $\xi(t)$, когда гистограмма $W_1^*(x)$ строится по данным эмпирической функции распределения $F_1^*(x)$.

Согласно (1.4), (1.5) и (1.8), (1.9), для получения $F_1^*(x)$ и $W_1^*(x)$ необходимо:

- знать диапазон возможных значений случайного процесса $\xi(t)$;
- задать ширину дифференциальных коридоров Δx или их число n ;
- измерить по реализации случайного процесса $\xi(t)$ величины $P_\Delta^*(x_j)$ или $P^*(x_j)$, $j = \overline{1, n}$.

Если интервал возможных значений процесса $\xi(t)$ неизвестен либо бесконечен, как, например, для гауссовского случайного процесса, то его оценкой может служить интервал $[x_{\min}, x_{\max}]$, в пределах которого сосредоточено основное множество (в вероятностном

смысле) мгновенных значений процесса $\xi(t)$. При этом x_{\min} и x_{\max} выбираются так, чтобы, например, выполнялись условия

$$F_1^*(x_{\min}) = P^*(x_{\min}) \leq \beta, \quad 1 - F_1^*(x_{\max}) = 1 - P^*(x_{\max}) \leq \beta, \quad (1.10)$$

где β — заранее выбранное число, такое что $0 < \beta \ll 1$, а $P^*(x)$ — оценка вероятности $P\{\xi(t) < x\}$, формируемая в соответствии с (1.7).

Если исходить из выражений (1.1) и (1.6), то ширину дифференциальных коридоров Δx следует задавать как можно меньшей. Действительно, точность формул (1.1) и (1.6) повышается с ростом числа дифференциальных коридоров n , и тем больше, казалось бы, должно быть соответствие между гистограммой и истинной кривой $W(x)$. Однако это не происходит в силу того, что с уменьшением Δx уменьшается относительное время пребывания реализации случайного процесса внутри дифференциального коридора. При фиксированном времени анализа T_{0j} это приводит к большему разбросу значений $P_{\Delta}^*(x_j)$ (1.3) и $P^*(x_{j+1}) - P^*(x_j)$ (1.7) от опыта к опыту. Анализ точности оценок $F_1^*(x)$ и $W_1^*(x)$ показывает, что ширину дифференциальных коридоров следует выбирать так, чтобы их число n на интервале $[x_{\min}, x_{\max}]$ было порядка $10 \div 20$.

Построенный на основании соотношений (1.4), (1.5) или (1.8), (1.9) эмпирический одномерный закон распределения случайного процесса $\xi(t)$ необходимо сопоставить с каким-либо теоретическим законом распределения. Чтобы количественно оценить, насколько хорошо выбранный теоретический закон распределения согласуется с результатами наблюдений, используют критерии согласия. Однако, на практике, довольно часто ограничиваются лишь качественным сопоставлением выбранного теоретического закона с полученным эмпирическим законом распределения. С этой целью по результатам наблюдений оценивают параметры теоретического закона распределения. Затем по теоретическим формулам, где вместо параметров используют их оценки, рассчитывают графики функций распределения и плотности вероятности. Эти графики сопоставляют с эмпирической функцией