



№ 6629

## УЧЕННЫЕ ТРУДЫ М. В. ОСТРОГРАДСКАГО ПО МЕХАНИКѢ.

Первою научною работою М. В. явилось сочиненіе по гидродинамикѢ: «*Mémoire sur la propagation des ondes dans un bassin cylindrique*», доложенное въ засѣданіи Парижской академіи наукъ и напечатанное въ *Mémoires présentés par divers savants*. Въ этомъ сочиненіи, примыкающемъ по методу изслѣдованія къ обширному трактату Коши: «*Théorie de la propagation des ondes*», авторъ съ искусствомъ устанавливаетъ общія выраженія для скоростей тяжелой жидкости въ цилиндрическомъ бассейнѣ и указываетъ способъ опредѣленія этихъ скоростей по начальному виду свободной поверхности и начальнымъ значеніямъ скоростей. Въ дальнѣйшей ученой дѣятельности Остроградскаго работы по чистой математикѢ чередуются съ работами по механикѢ и математической физикѢ; но нельзя не замѣтить, что онъ занимался аналитическою механикою съ особенною любовью.

Чтобы яснѣе изложить въ короткомъ очеркѢ многочисленныя изслѣдованія М. В. по механикѢ, мы раздѣлимъ ихъ на три группы: 1) Работы по началу возможныхъ перемѣщеній. 2) Работы по дифференціальнымъ уравненіямъ механики. 3) Работы по рѣшенію частныхъ механическихъ задачъ. Являясь по складу ума склоннымъ къ широкимъ обобщеніямъ, Остроградскій въ работахъ первой группы занялся расширеніемъ анализа принципа возможныхъ перемѣщеній Лагранжа и начала Даламбера.

Въ своемъ мемуарѢ: «*Considérations générales sur les moments des forces*» онъ развиваетъ мысль, высказанную Фурье, о рас-

пространеніи метода возможных перемѣщеній на системы съ освобождающими связями, поставивъ условіемъ равновѣсія требованіе, чтобы полный моментъ силъ былъ бы равенъ нулю или меньше его.

Остроградскій удивляется въ своемъ мемуарѣ, почему Лагранжъ въ новомъ изданіи аналитической механики, когда расширение его методы на системы съ освобождающими связями было уже указано, не разсматриваетъ случаевъ отрицательнаго полного момента силъ, не смотря на то, что данное имъ доказательство начала возможных перемѣщеній (съ помощью полиспастовъ) прямо примыкаетъ къ этому случаю.

Приемъ изложенія Остроградскаго нѣсколько разнится отъ теперь общеупотребительныхъ приемовъ. Остроградскій преобразуетъ выраженіе полного момента силъ:

$$Pdp + Qdq + Rdr + \dots \quad (1)$$

съ помощію новыхъ переменныхъ въ

$$Ad\xi + Bdr_1 + Cd\zeta + \dots - \lambda dL - \mu dM - \nu dN - \dots, \quad (2)$$

гдѣ  $d\xi$ ,  $dr_1$ ,  $d\zeta$ .... совершенно произвольны, а  $dL$ ,  $dM$ ,  $dN$  произвольны по величинѣ, но стѣснены знакомъ. Для отрицательности выраженія (2) необходимо, чтобы

$$Ad\xi + Bdr_1 + Cd\zeta + \dots = 0$$

и чтобы  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ ,.... имѣли знаки, одинаковые съ  $dL$ ,  $dM$ ,  $dN$ .... Сравненіе выраженій (1) и (2) дастъ условіе равновѣсія въ видѣ:

$$Pdp + Qdq + Rdr + \dots - \lambda dL - \mu dM - \nu dN - \dots = 0 \quad (3)$$

при условіи одинаковости знаковъ  $\lambda$ ,  $\mu$ ,  $\nu$ ,.... съ  $dL$ ,  $dM$ ,  $dN$ .... Основное уравненіе (3) Остроградскій примѣняетъ къ различнымъ примѣрамъ на равновѣсіе системъ съ освобождающими связями изъ области механики точки, гибкой нерастяжимой нити и несжимаемой жидкости. Мемуаръ оканчивается

разсмотрѣніемъ вопроса о движеніи системъ съ освобождающими связями, независящими отъ времени. При этомъ Остроградскій разъясняетъ, въ какой моментъ движенія произойдетъ освобожденіе отъ связи. Свои мысли о выводѣ уравненій динамики при связяхъ, зависящихъ отъ времени, М. В. коротко формулируетъ въ замѣткѣ: «Sur le principe de vitesses virtuelles et sur la force d'inertie», являющейся возраженіемъ на изложеніе начала Даламбера въ курсѣ Пуассона. Трактую о равновѣсіи потерянныхъ силъ на движущейся системѣ, Пуассонъ, по мнѣнію Остроградскаго, только затемняетъ дѣло указаніемъ на то, что конфигурація системы и потерянные силы въ моменты времени  $t$  и  $t+dt$  разнятся на бесконечно малыя величины, вслѣдствіе чего можно разсматривать равновѣсіе на конфигураціи системы въ моментъ времени  $t$  и условія перемѣщеній  $\delta x, \delta y, \delta z, \dots$  при связи

$$L(x, y, z, x', \dots t) = 0 \dots \dots \dots (4)$$

писать въ видѣ:

$$\frac{\partial L}{\partial x} \delta x + \frac{\partial L}{\partial y} \delta y + \frac{\partial L}{\partial z} \delta z + \frac{\partial L}{\partial x'} \delta x' + \dots = 0 \dots \dots (5)$$

Остроградскій говоритъ, что для вывода условія (5) со всею строгостью *«надо считать возможными перемѣщеніями такіа, которыя комбинированныя съ дѣйствительными перемѣщеніями, удовлетворяютъ связямъ системы»*.

Подставляя въ условіе (3) вмѣсто  $x, y, z, x', \dots$  величины:

$$x + dx + \frac{1}{2} d^2 x + \delta x, \quad y + dy + \frac{1}{2} d^2 y + \delta y, \dots$$

онъ получаетъ:

$$0 = L + dL + \frac{1}{2} d^2 L + \frac{\partial L}{\partial x} \delta x + \frac{\partial L}{\partial y} \delta y + \frac{\partial L}{\partial z} \delta z + \frac{\partial L}{\partial x'} \delta x' + \dots (6)$$

Но такъ какъ дѣйствительныя перемѣщенія удовлетворяютъ уравненію (4) въ моментъ  $t+dt$ , то

$$L=0, \quad dL=0, \quad d^2 L=0$$