

МАТЕМАТИКА

УДК 621.891

Д.А. ВОЛОШИН, А.Д. ЛУКЬЯНОВ, В.А. МОРОЗ

ТЕСТИРОВАНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ

Рассматриваются вопросы тестирования численных методов решения задачи о собственных векторах и собственных числах, а также методов численного решения систем линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Ключевые слова: численные методы, линейная динамика.

Введение. При анализе динамических систем в инженерной практике широко используются численные методы решения задачи о собственных векторах и собственных числах, а также численные методы решения систем линейных дифференциальных уравнений. Некоторые методы имеют возможности априорного задания точности вычислений. Тем не менее проблемы, обусловленные ошибками машинного округления, неизбежно возникающими в ЭВМ, и собственными погрешностями методов, ставят вопрос об адекватности методов в смысле достижения объявленной точности и разумных границах применения.

Тестирование методов вычисления собственных векторов и собственных значений. Рассмотрим следующее уравнение при заданных начальных условиях:

$$(AD^2 + BD + C)y(t) = 0, \quad y(0) = y_0, \quad \dot{y}(0) = \dot{y}_0, \quad (1)$$

где $A, B, C \in M(R, 3 \times 3)$, $\det(A) \neq 0$, $y \in R^3$, D - оператор дифференцирования, $y(t) \in C^{(2)}$.

Характеристическое уравнение, соответствующее (1),

$$|A\lambda^2 + B\lambda + C| = 0. \quad (2)$$

Введем в рассмотрение несингулярные матрицы $E, F, P, Q \in M(R, 3 \times 3)$, такие что

$$|(E\lambda + F)(P\lambda + Q)| = |A\lambda^2 + B\lambda + C|. \quad (3)$$

Раскрыв скобки, получим

$$|(E\lambda + F)(P\lambda + Q)| = |EP\lambda^2 + (EQ + FP)\lambda + FQ|, \quad (4)$$

отсюда ясно, что

$$A = EP; \quad B = Q + FP; \quad C = FQ. \quad (5)$$

Выражение (4), используя свойства определителя, можем переписать:

$$\begin{aligned} |(E\lambda + F)(P\lambda + Q)| &= |E\lambda + F| |P\lambda + Q| = |E| |\lambda I + E^{-1}F| |P| |\lambda I + P^{-1}Q| = \\ &= |EP| |\lambda I + E^{-1}F| |\lambda I + P^{-1}Q|. \end{aligned} \quad (6)$$