

УДК 517.518.45
ББК 22.16
А 70

Рецензенты:

докт. техн. наук проф. Лисов А.А. (МАТИ, техн. университет);
канд. физ-мат. наук доц. Мягкова М.П. (МЭИ, техн. университет).

Шмелев П.А., Шмелева Г.А., Фураев А.Н.

А 70 Пособие по Высшей математике для Вузов физкультурного
профиля. Элементы математического анализа: Учебное пособие - М.:
МГАФК, 1999 - 190 с.: ил.

ISBN 5-900871-26-6

Пособие соответствует программам курсов высшей математики для вузов указанного профиля. Оно содержит элементы дифференциального и интегрального исчислений, начала теории дифференциальных уравнений.

Предназначено для студентов младших курсов вузов физкультурного профиля.

Пособие подготовлено на кафедре биомеханики и компьютерной технологии.

ISBN 5-900871-26-6

ББК 22.16

© П.А. Шмелев, Г.А. Шмелева, А.Н. Фураев
© МГАФК, 1999

ПРЕДИСЛОВИЕ

Предлагаемая книга представляет собой 2-ю часть учебного пособия по началам аналитической геометрии, дифференциального и интегрального исчисления, теории вероятностей и математической статистики для вузов физкультурного профиля. Разумеется, в России имеется богатая литература по всем указанным разделам. Однако, на сколько известно авторам, в России нет учебника, достаточно элементарного, специально приспособленного для студентов – спортсменов и тренеров. Предлагаемая книга имеет целью в какой-то степени восполнить этот пробел. Перед авторами стояла нелегкая задача по отбору материала и по методике его изложения. Насколько авторам справились с этой задачей – судить специалистам и читателю.

Во вторую часть пособия вошли разделы: Функция, пределы функций, элементы дифференциального и интегрального исчислений, начала теории дифференциальных уравнений.

Каждый раздел подразделен на главы, а каждая глава – на параграфы.

Формулы, приведенные в книге, имеют сквозную нумерацию. Однако, часть формул, на которые имеются ссылки только в данном параграфе и которые, как правило, фиксируют промежуточные результаты в выкладках, обозначены прописными буквами русского алфавита (в каждом параграфе эти обозначения повторяются).

В книге приняты следующие обозначения:

N – множество натуральных чисел;

Z – множество целых чисел;

R – множество действительных чисел.

Авторы выражают глубокую благодарность рецензентам рукописи проф. Лисову А.А. (МАТИ) и доц. Мягковой М.П. (МЭИ) за замечания, способствующие улучшению пособия.

СОДЕРЖАНИЕ

ГЛАВА 1.

ФУНКЦИЯ

1. Множество.....	7
2. Операции над множествами.....	9
3. Общее определение функции.....	12
4. Действительная функция действительной переменной и способы ее задания.....	14
5. Область определения функции, заданной аналитическим способом.....	15
6. Классификация функций, задаваемых аналитическим способом.....	17
7. График функции.....	18
8. Четные, нечетные и периодические функции.....	20
9. Основные элементарные функции и их графики.....	23
10. Понятие сложной функции. Элементарные функции.....	26
11. Графики функций $f(x)+b$, $f(x+a)$, $f(x+a)+b$	29
12. Квадратичная функция.....	31
13. Графики функций $ f(x) $, $f(x)$, $ f(x)$	33
14. Графики функций $Af(x)$, $f(kx)$, $Af(kx+a)$	35
15. Графики функций $\sqrt{f(x)}$ и $\sqrt[3]{f(x)}$	38
16. Построение графиков суммы и произведения двух функций.....	42

ГЛАВА 2.

ПРЕДЕЛ ФУНКЦИИ В ТОЧКЕ. НЕПРЕРЫВНОСТЬ ФУНКЦИИ

17. Понятие предела функции в точке.....	43
18. Свойства функций, имеющих предел.....	45
19. Замечательные пределы.....	48
20. Бесконечно малые в точке функции.....	51
21. Бесконечно большие в точке функции и их связь с бесконечно малыми.....	52
22. Непрерывность функции в точке.....	53
23. Непрерывность элементарных функций.....	58

ГЛАВА 3.

ПРОИЗВОДНАЯ

24. Задача о проведении касательной к данной кривой.....	60
25. Задача о вычислении мгновенной скорости прямолинейно движущейся точки.....	61

26. Понятие производной от функции в точке.....	63
27. Вычисление производных от основных элементарных функции.....	64
28. Непрерывность функции, имеющей производную.....	68
29. Производная суммы, произведения и частного.....	70
30. Производная сложной функции.....	73
31. Вычисление производных обратных функций.....	75
32. Таблица производных сложных функций.....	78
33. Дифференциал функции.....	80
34. Применения дифференциала в приближенных вычислениях.....	83
35. Производные высших порядков.....	84
36. Механический смысл производной второго порядка.....	86
37. Численное дифференцирование.....	87

ГЛАВА 4. ИССЛЕДОВАНИЕ ФУНКЦИЙ С ПОМОЩЬЮ ПРОИЗВОДНОЙ

38. Исследование функций на возрастание и убывание.....	90
39. Экстремумы функций.....	93
40. Достаточные условия существования экстремума.....	95
41. Исследование функций на возрастание, убывание и экстремум в областях их определения.....	97
42. Задачи на экстремум практического содержания.....	99
43. Нахождение наибольшего и наименьшего значений непрерывной на отрезке функции.....	102
44. Второе правило исследования функции на экстремум.....	104
45. Правило Лопиталя.....	106
46. Асимптоты графика функции.....	109
47. Общая схема исследования функции.....	113

ГЛАВА 5. ЭЛЕМЕНТЫ ИНТЕГРАЛЬНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ

48. Первообразная данной функции.....	116
49. Понятие неопределенного интеграла.....	117
50. Таблица неопределенных интегралов.....	119
51. Свойства неопределенных интегралов.....	121
52. Интегрирование функций с помощью подведения множителей под знак дифференциала.....	124
53. Интегрирование по частям.....	126
54. Интегрирование методом подстановки.....	127
55. Задача о вычислении площади криволинейной трапеции.....	130

56. Определенный интеграл.....	132
57. Основные свойства определенного интеграла.....	134
58. Оценка определенного интеграла.....	137
59. Теорема о среднем.....	138
60. Теорема о производной определенного интеграла по верхнему пределу.....	140
61. Формула Ньютона-Лейбница.....	142
62. Определенное интегрирование по частям.....	144
63. Замена переменной в определенных интегралах.....	147
64. Применения определенного интеграла.....	149
65. Приближенное вычисление определенных интегралов.....	152

ГЛАВА 6. ЭЛЕМЕНТЫ ТЕОРИИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

66. Задачи, приводящие к понятию дифференциального уравнения.....	156
67. Понятия о дифференциальном уравнении и его решениях.....	159
68. Задача Коши для дифференциальных уравнений 1-го и 2-го порядков.....	161
69. Непосредственно интегрируемые дифференциальные уравнения 1-го и 2-го порядков.....	162
70. Метод ломаных Эйлера приближенного решения дифференциального уравнения первого порядка.....	164
71. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.....	166
72. Дифференциальные уравнения вида $y' = f(ax + by + c)$	168
73. Однородные дифференциальные уравнения.....	170
74. Линейные дифференциальные уравнения первого порядка.....	172
75. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.....	174
76. Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с постоянными коэффициентами.....	175
77. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения.....	178
78. Простейшие случаи метода подбора для решения линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами.....	179
79. Исследование колебательного процесса.....	184