

УДК 621.391: 519.216

ББК 32.88

Ш44

**Рецензент:** Заслуженный деятель науки Российской Федерации,  
чл.-корр. РАН, доктор физ.-мат. наук, профессор *А. С. Сигов*

**Шелухин О. И.**

**Ш44** Мультифракталы. Инфокоммуникационные приложения. –  
М.: Горячая линия – Телеком, 2014. – 579 с.: ил.

**ISBN 978-5-9912-0142-1.**

Рассматриваются теоретические и практические аспекты самоподобных, фрактальных и мультифрактальных случайных процессов и разработанные на их основе мультифрактальные модели телекоммуникационного трафика. Приводится всесторонний анализ эффективности функционирования телекоммуникационных сетей в условиях мультифрактального характера трафика. Анализируются теоретические и практические аспекты мультифрактального анализа производительности глобальных и локальных сетей, спутниковых систем связи, систем подвижной связи, для различных инфокоммуникационных приложений: звуковых и видео сигналов, интернет-приложений и других информационных процессов. Все модели, задачи и решения показаны на множестве реальных примеров.

Для широкого круга специалистов в области телекоммуникаций, разработчиков оборудования сетей связи, научных работников, будет полезна аспирантам и студентам соответствующих специальностей.

**ББК 32.88**

Адрес издательства в Интернет [www.techbook.ru](http://www.techbook.ru)

Научное издание

Шелухин Олег Иванович

**Мультифракталы**

**Инфокоммуникационные приложения**

*Все права защищены.*

*Любая часть этого издания не может быть воспроизведена в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами без письменного разрешения правообладателя*

© ООО «Научно-техническое издательство «Горячая линия – Телеком»

[www.techbook.ru](http://www.techbook.ru)

© О. И. Шелухин

# Оглавление

Предисловие .....	3
<b>Глава 1. Основные положения теории фракталов и самоподобных процессов .....</b>	<b>5</b>
1.1. Фракталы и мультифракталы .....	5
1.1.1. Фрактальная размерность множества .....	6
1.1.2. Мультифракталы .....	7
1.1.3. Фрактальная размерность $D_0$ и информационная размерность $D_1$ .....	9
1.1.4. Преобразование Лежандра .....	13
1.2. Самоподобные процессы .....	13
1.2.1. Определения и свойства самоподобных процессов .....	13
1.2.2. Долговременная и кратковременная зависимости .....	18
1.2.3. Медленно затухающая дисперсия .....	19
1.3. Мультифрактальные процессы .....	20
1.3.1. Мультифрактальный спектр .....	21
1.3.2. Мультифрактальный формализм .....	21
1.3.3. Оценка размерностей Реньи и мультифрактального спектра сингулярностей .....	22
1.3.4. Мультифрактальный анализ в телекоммуникациях .....	25
1.3.5. Обратная мера .....	27
1.3.6. Мультифрактальный анализ данных .....	27
1.3.7. Мультифрактальные модели трафика, полученного путем наложения случайных процессов .....	28
1.4. «Тяжелые хвосты» .....	29
1.4.1. Распределение с «тяжелыми хвостами» (РТХ) .....	29
1.4.2. Тестирование «тяжелых хвостов» .....	31
1.5. Оценка показателя Херста .....	32
1.5.1. Методы оценки показателя Херста во временной области .....	34
1.5.2. Методы оценки показателя Херста в частотной области .....	36
1.6. Оценки самоподобия, основанные на вейвлет-анализе .....	39
1.6.1. Непрерывное и дискретное вейвлет-преобразование .....	39
1.6.2. Автоматическое определение нижней границы масштабирования .....	42
1.6.3. Метод максимумов модулей вейвлет-преобразования .....	49

1.7. Многомасштабная диаграмма и мультифракталы .....	54
1.8. Проблемы оценки показателя Херста .....	56
1.8.1. Проблемы тестирования .....	57
1.8.2. Проблема нестационарности .....	58
1.8.3. Вычислительные проблемы .....	65
1.9. Причины самоподобности в телетрафике .....	66
Литература .....	69
<b>Глава 2. Методы моделирования фрактальных и мультифрактальных процессов .....</b>	<b>78</b>
2.1. Фрактальное броуновское движение .....	78
2.1.1. RMD-алгоритм генерации ФБД .....	80
2.1.2. SRA-алгоритм генерации ФБД .....	82
2.2. Фрактальный гауссовский шум .....	82
2.2.1. БПФ-алгоритм синтеза ФГШ .....	84
2.2.2. Достоинства и недостатки ФБД/ФГШ-моделей в сетевых приложениях .....	93
2.3. Регрессионные модели трафика .....	93
2.3.1. Линейные авторегрессионные (AR) процессы .....	95
2.3.2. Процессы скользящего среднего .....	96
2.3.3. Авторегрессионные модели скользящего среднего $ARMA(p, q)$ .....	96
2.3.4. Фрактальный авторегрессионный интегральный процесс скользящего среднего (FARIMA) .....	98
2.3.5. Методы параметрической оценки .....	102
2.3.6. Синтез FARIMA( $p; d; q$ )-процесса .....	106
2.4. Фрактальные точечные процессы .....	107
2.4.1. Статистические характеристики точечного процесса ....	109
2.4.2. Фрактальная структура ФТП .....	110
2.4.3. Методы построения ФТП .....	112
2.4.4. Фрактальный процесс восстановления .....	114
2.4.5. Суперпозиция ФПВ (Sup-FRP) .....	115
2.4.6. Чередующийся фрактальный процесс восстановления ...	118
2.4.7. Пуассоновский процесс, управляемый фрактальным биномиальным шумом .....	125
2.4.8. Пуассоновский точечный процесс, управляемый фрактальным дробовым шумом .....	127
2.5. Фрактальное движение Леви и его приложение к моделированию сетевого трафика .....	129
2.5.1. Фрактальное движение Леви и его свойства .....	131
2.5.2. Алгоритм моделирования фрактального движения Леви	132

2.5.3. Формирование фрактального трафика на основе ФДЛ ..	136
2.6. Модели мультифрактального сетевого трафика .....	140
2.7. Мультифрактальная каскадная модель (МКМ).....	146
2.8. Моделирование мультифрактального трафика с помощью вейв- летов.....	154
2.9. Сравнительный анализ результатов моделирования трафика на основе различных вейвлет-моделей.....	161
2.9.1. Функции программного обеспечения.....	161
2.9.2. Программное средство синтеза монофрактального трафи- ка synTraff .....	162
2.9.3. Программное средство анализа синтезированного трафи- ка WsynTraff .....	165
2.9.4. Программное средство синтеза мультифрактального тра- фика MsynTraff .....	166
2.9.5. Сравнительный анализ эффективности моделей.....	168
2.10. Сравнительный анализ семейств вейвлетов, используемых для оценки самоподобия.....	173
2.11. $M/G/\infty$ -модель.....	175
Литература.....	177
<b>Глава 3. Самоподобие трафика реального времени.....</b>	<b>181</b>
3.1. Проблема самоподобия трафика реального времени.....	181
3.2. Статистические характеристики телекоммуникационного тра- фика реального времени .....	183
3.2.1. Организация измерений .....	183
3.2.2. Структура трафика ТС .....	185
3.3. Характеристики речевого трафика .....	190
3.3.1. Характеристики речевого трафика на уровне вызовов... ..	190
3.3.2. Характеристики речевого трафика на уровне пакетов ... ..	194
3.4. Мультифрактальный анализ речевого трафика.....	198
3.4.1. Алгоритм вычисления функции разбиения $S_m(q)$ .....	200
3.4.2. Мультифрактальные свойства мультиплексированного речевого трафика.....	200
3.4.3. Мультифрактальные свойства двухкомпонентного рече- вого трафика.....	202
3.4.4. Результаты моделирования речевого трафика с учетом мультифрактальных свойств.....	203
3.5. Математические модели трафика VoIP .....	204
3.5.1. Постановка задачи.....	204
3.5.2. Модели речевого трафика на уровне вызовов .....	206

3.5.3. Оценка параметров полумарковской модели и результаты моделирования речевого трафика на уровне вызовов . . . .	208
3.5.4. Математические модели речевого трафика на уровне пакетов . . . . .	209
3.6. Имитационное моделирование речевого трафика . . . . .	212
3.6.1. Структура имитационного комплекса . . . . .	212
3.6.2. Выбор параметров распределения Парето источника речевого трафика в ps2 . . . . .	215
3.6.3. Результаты моделирования отдельного источника . . . . .	217
3.6.4. Результаты мультиплексирования трафика отдельных ON/OFF-источников . . . . .	218
Литература . . . . .	221
<b>Глава 4. Мультифрактальный анализ видеосигналов . . . . .</b>	<b>225</b>
4.1. Некоторые особенности передачи цифрового видеосигнала . . . .	225
4.2. Сравнительный анализ стандартов кодирования видеoinформации . . . . .	228
4.2.1. Стандарт MPEG-2 . . . . .	229
4.2.2. Стандарт MPEG-4 . . . . .	234
4.3. Статистические характеристики и модели видео . . . . .	239
4.3.1. Отличительные характеристики видеотрафика . . . . .	239
4.3.2. Видеоконференции . . . . .	240
4.3.3. Широковещательное видео . . . . .	2410
4.3.4. MPEG-видеотрафик . . . . .	244
4.4. Нестационарность VBR-видеотрафика . . . . .	250
4.5. Анализ самоподобия видеотрафика . . . . .	252
4.5.1. Аналитические методы оценки долговременной зависимости видеопоследовательности . . . . .	252
4.5.2. Вейвлет-анализ видеопоследовательностей . . . . .	256
4.5.3. Самоподобие трафика видеоконференций . . . . .	262
4.5.4. Мультифрактальный анализ . . . . .	265
4.6. Модели и моделирование видеопоследовательностей . . . . .	266
4.6.1. Модели нестационарности для VBR-видеотрафика . . . . .	266
4.6.2. Модель смены сцен видеотрафика, основанная на процессе смещающихся уровней . . . . .	269
4.6.3. Модели видеотрафика в пределах отдельной сцены . . . . .	273
4.6.4. Фрактальные авторегрессионные модели $r$ -го порядка . .	276
4.6.5. Моделирование MPEG с использованием статистики I, P и B кадров . . . . .	278
4.6.6. ON/OFF-модель видеопоследовательностей . . . . .	279
4.6.7. Самоподобная модель Норроса . . . . .	279

4.6.8. Зависимость показателя Херста от $N$ .....	280
4.7. Результаты моделирования видеотрафика с учетом мультифрактальных свойств .....	280
4.8. Мультифрактальный анализ видеопоследовательностей стандарта MPEG-4 .....	283
4.8.1. Описание программного обеспечения «Вейвлет-анализ» ..	283
4.8.2. Результаты оценки самоподобия видеопоследовательностей .....	287
4.8.3. Алгоритмы и программное обеспечение для мультифрактального анализа видеопоследовательностей .....	294
4.9. Мультифрактальный анализ видеосигналов стандарта H.264/AVC .....	303
4.9.1. Фрактальные свойства видеопоследовательностей .....	303
4.9.2. Мультифрактальный анализ видеопоследовательностей ..	306
4.9.3. Результаты статистической обработки .....	307
Литература .....	311
<b>Глава 5. Самоподобие трафика телекоммуникационных сетей</b> ..	316
5.1. Постановка задачи .....	316
5.2. Самоподобие и «тяжелые хвосты» в трафике LAN .....	318
5.2.1. Экспериментальные исследования самоподобия структуры трафика Ethernet .....	319
5.2.2. Оценка результатов тестирования .....	320
5.3. Самоподобие WAN-трафика .....	323
5.3.1. Некоторые предельные результаты для объединенного WAN-трафика .....	325
5.3.2. Статистический анализ WAN-трафика на уровне приложений .....	328
5.3.3. Мультифрактальный анализ WAN-трафика .....	329
5.4. Характеристика и классификация IP-трафика .....	329
5.4.1. Описание IP-трафика .....	330
5.4.2. Компоненты Интернет-трафика .....	332
5.4.3. Классификация QoS для IP-трафика .....	332
5.4.4. Статистические характеристики .....	336
5.4.5. Природа IP-трафика .....	337
5.4.6. Статистический анализ трафика не реального времени ..	341
5.4.7. Статистический анализ услуг реального времени .....	342
5.4.8. Происхождение самоподобия IP-трафика .....	344
5.4.9. Анализ стационарности IP-трафика .....	349
5.4.10. Нестационарность трафика Интернета .....	356
5.4.11. Анализ мультифрактального масштабирования .....	358

Литература .....	362
<b>Глава 6. Фракталы в системах спутниковой связи и Интернете</b>	<b>367</b>
6.1. Основы построения и архитектуры спутниковых сетей VSAT ..	367
6.1.1. Сущность и определение спутниковых сетей связи .....	367
6.1.2. Системотехнические основы функционирования сетей VSAT .....	369
6.1.3. Топология и архитектура .....	371
6.1.4. Сетевая структура сетей VSAT .....	372
6.1.5. Протокольная структура сетей VSAT .....	373
6.1.6. Классификация сетей VSAT по совместному использованию наземных линий .....	375
6.2. Анализ ступникового доступа в Интернет .....	376
6.2.1. Анализ составных частей Интернета .....	376
6.2.2. Анализ существующих технических решений гибридного доступа в Интернет .....	378
6.3. Трафик гибридных (спутниково-наземных) сетей Интернета ..	383
6.3.1. Математические модели и анализ гибридных схем доступа в Интернет через спутник .....	386
6.3.2. Модель анализа .....	389
6.3.3. Моделирование трафика гибридного Интернета .....	390
6.3.4. Трафиковые трассы и моделирование .....	391
6.3.5. Загружаемые байты (на соединение) .....	395
6.4. Многоуровневая ON/OFF-модель Интернет-трафика .....	397
6.5. Моделирование и структура имитационного комплекса .....	402
6.5.1. Программное обеспечения для имитационного моделирования .....	404
6.5.2. Моделирование трафика в ГССС .....	405
6.5.3. Оценка эффективности ГССС при передаче Интернет- и видеотрафика .....	407
6.6. Влияние самоподобия телекоммуникационного трафика на характеристики систем спутникового доступа в Интернет в стандарте DVB/IP/MPEG-2 .....	408
6.6.1. Протокол IP/MPEG-2 через DVB .....	409
6.6.2. Описание модели .....	411
6.6.3. Симуляция сети при различных параметрах .....	412
6.6.4. Видеотрафик на фоне суммарного трафика .....	415
6.6.5. Эффект самоподобия для TCP-трафика .....	416
6.6.6. Влияние самоподобия трафика при отсутствии механизма подтверждения приема .....	418
6.6.7. Влияние сетевой асимметрии .....	420

6.7. Рекомендации по улучшению технических характеристик спутникового доступа к Интернету .....	421
6.7.1. Чувствительность метода адаптивного RED к web-трафику .....	423
6.7.2. Очередь с виртуальной параллельной структурой .....	426
6.7.3. Оценка эффективности параллельной структуры .....	429
6.7.4. Динамическое изменение порогов для метода адаптивного RED .....	433
Литература .....	437
<b>Глава 7. Фрактальный и мультифрактальный анализ трафика сетей подвижной связи .....</b>	<b>439</b>
7.1. Трафик мобильных приложений .....	439
7.2. Трафик мобильных потоковых приложений .....	454
7.3. Экспериментальные исследования фрактальных свойств GPRS-трафика .....	461
7.4. Вейвлет-анализ фрактальных свойств составляющих GPRS-трафика .....	469
7.4.1. Свойства и возможности вейвлет-преобразования .....	470
7.4.2. Разложение GPRS-трафика по вейвлет-базису .....	473
7.4.3. Вейвлет-метод оценки самоподобия GPRS-трафика .....	474
7.4.4. Результаты экспериментальных исследований фрактальных свойств GPRS-трафика .....	475
7.5. Мультифрактальный анализ сетевого трафика GPRS/EDGE ..	486
7.6. Оценка самоподобия трафика в сети широкополосного доступа WiMAX .....	492
Литература .....	496
<b>Глава 8. Очереди и оценка производительности сетей передачи в условиях мультифрактальности трафика .....</b>	<b>498</b>
8.1. Оценка влияния фрактальных свойств трафика на построение очередей .....	498
8.1.1. Монофрактальный трафик .....	499
8.1.2. Оценка вероятности потери пакетов при асимптотически самоподобном трафике, описываемом распределением Парето .....	501
8.1.3. Модель построения очередей с фрактальным движением Леви (ФДЛ) .....	502
8.1.4. Сравнительный анализ длины очереди при различных дисциплинах обслуживания и самоподобном процессе на входе .....	508



8.2. Оценка влияния мультифрактальных свойств трафика на построение очередей .....	517
8.2.1. Оценка влияния мультифрактальных свойств, найденных экспериментально .....	517
8.2.2. Оценка влияния мультифрактальных свойств при использовании аналитических моделей .....	526
8.3. Организация очереди для мультифрактального каскадного процесса на входе .....	528
8.4. Оценка влияния самоподобия трафика на оптимизацию входных параметров в IP-сетях .....	533
8.4.1. Структура имитационного комплекса .....	534
8.4.2. Оценка влияния самоподобности трафика на QoS .....	535
8.4.3. Оптимизация входных параметров ТС при заданных характеристиках QoS .....	532
8.5. Оптимизация параметров телекоммуникационных сетей методом регуляризации Тихонова .....	540
8.5.1. Оптимизация параметров телекоммуникационной сети на основе минимизации функционала невязки параметров QoS .....	542
8.5.2. Результаты оптимизации .....	543
8.5.3. Оптимизация параметров телекоммуникационной сети на основе минимизации функционала Тихонова .....	545
8.5.4. Результаты регуляризации .....	548
8.6. Влияние самоподобия трафика на QoS телекоммуникационных сетей с Frame Relay .....	553
8.6.1. Моделирование маршрутизатора Frame Relay .....	554
8.6.2. Моделирование мультиплексора FR с фрактальным трафиком на входе .....	556
8.7. Прогнозирование пропускной способности в сетях .....	561
8.8. Перегрузочное управление самоподобным трафиком .....	564
Литература .....	568