

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Соликамский государственный педагогический институт»
(СГПИ)

Кафедра математики и физики

А. Е. Малых, Т. В. Рихтер

ИЗБРАННЫЕ ВОПРОСЫ ОБУЧЕНИЯ ГЕОМЕТРИИ (ДИСТАНЦИОННЫЕ КУРСЫ)

Учебное пособие

«Рекомендовано УМО по математике
педвузов Волго-Вятского региона
в качестве учебного пособия для студентов
педагогических направлений подготовки
высших учебных заведений»
Протокол №15 заседания Совета УМО от 24 мая 2011 г.

Соликамск
СГПИ
2011

УДК 37
ББК 74.262.21
М 20

Рецензенты:

В. И. Яковлев – доктор физ.-мат. наук, профессор,
декан механико-математического факультета
Пермского государственного университета;
В. И. Карпова – канд. пед. наук, доцент, зав. каф. математики
и естественно-научных дисциплин Пермского института
железнодорожного транспорта (филиал УрГУПС)

М 20 Малых, А. Е.

Избранные вопросы обучения геометрии (дистанционные курсы) [Текст]: учебное пособие / А. Е. Малых, Т. В. Рихтер; ФГБОУ ВПО «Соликамский государственный педагогический институт». – Соликамск, 2011. – 176 с. – ISBN 978-5-89469-075-9

В данном учебном пособии представлены дистанционные курсы обучения «Опорные планиметрические задачи», «Элементы сферической геометрии», способствующие формированию и развитию интереса к геометрии, ее практической части, привитию исследовательских навыков, совершенствованию математической культуры обучаемых.

Пособие адресовано студентам педагогических вузов, обучающихся по специальностям «Математика», «Информатика», по направлению бакалавриата «Педагогическое образование» с профилями «Математика», «Информатика», учителям математики общеобразовательных и профильных школ, а также всем тем, кто интересуется геометрией.

УДК 37
ББК
74.262.21

Рекомендовано к изданию РИСо СГПИ.

Протокол № 27 от 27.06.2011 г.

Работа выполнена в рамках фундаментального исследования ГРНТИ, финансируемого Министерством образования и науки РФ

ISBN 978-5-89469-075-9

© Малых А. Е., Рихтер Т. В., 2011
© ФГБОУ ВПО «Соликамский
государственный педагогический
институт», 2011

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------|
| ВВЕДЕНИЕ..... | 4 |
| ГЛАВА I. ДИСТАНЦИОННЫЙ КУРС «ОПОРНЫЕ ПЛАНИМЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ» | |
| Модуль 1. Теорема косинусов..... | 10 |
| Модуль 2. Прямоугольный треугольник..... | 27 |
| Модуль 3. Теорема синусов..... | 47 |
| Модуль 4. Замечательные точки и линии в треугольнике..... | 64 |
| 1.4.1. Медианы треугольника..... | 65 |
| 1.4.2. Биссектрисы треугольника..... | 72 |
| 1.4.3. Высоты треугольника..... | 89 |
| Модуль 5. Площадь треугольника и его частей..... | 100 |
| 1.5.1. Равновеликость и равносоставленность..... | 101 |
| 1.5.2. Аналитическое решение задач, относящихся к вычислению площади треугольника и его частей..... | 112 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... | 127 |
| ГЛАВА II. ДИСТАНЦИОННЫЙ КУРС «ЭЛЕМЕНТЫ СФЕРИЧЕСКОЙ ГЕОМЕТРИИ» | |
| Модуль 1. Основные понятия сферической геометрии..... | 129 |
| 2.1.1. Сфера, большая и малая окружности..... | 129 |
| 2.1.2. Расстояние между точками..... | 132 |
| 2.1.3. Полус и полюса..... | 133 |
| 2.1.4. Угол на сфере..... | 134 |
| 2.1.5. Понятие движения..... | 136 |
| 2.1.6. Предмет сферической геометрии..... | 138 |
| 2.1.7. Принцип двойственности..... | 138 |
| Модуль 2. Сферические треугольники..... | 140 |
| 2.2.1. Двухугольники и треугольники на сфере..... | 140 |
| 2.2.2. Полярные треугольники..... | 141 |
| 2.2.3. Признаки равенства сферических треугольников..... | 144 |
| 2.2.4. Равнобедренные сферические треугольники..... | 147 |
| 2.2.5. Площадь сферического треугольника..... | 153 |
| Модуль 3. Сферические многоугольники..... | 156 |
| 2.3.1. Понятие сферического многоугольника, его свойства..... | 156 |
| 2.3.2. Площадь сферического многоугольника..... | 158 |
| Модуль 4. Малые окружности..... | 159 |
| Модуль 5. Геометрические места точек на сфере..... | 162 |
| Задания для самостоятельного выполнения..... | 164 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... | 174 |

ВВЕДЕНИЕ

Глубокие социально-экономические изменения в современном обществе потребовали переосмысления государственной политики в области высшего образования, направленной на усовершенствование его структуры и обновление содержания, а также форм альтернативного и вариативного обучения. Для создания такой адаптивной системы необходимо решить целый комплекс педагогических, дидактических, организационно-правовых и других задач, направленных на разработку инновационных образовательных проектов. Одним из них является организация единого телекоммуникационного дистанционного пространства.

Неоднозначность в понимании сущности дистанционного образования определила две основные тенденции и стратегии его развития в России: соединение возможностей современных информационных технологий с традиционно сложившейся практикой обучения; построение базовой модели образования, ориентированной на учет потребностей общества.

Поскольку дистанционное обучение позволяет построить для каждого обучающегося индивидуальную образовательную траекторию посредством специально созданной информационной среды, удовлетворяющей потребности в качественном образовании, представляется целесообразным его внедрение в систему высшего образования, в том числе и при овладении геометрическими знаниями. Это будет способствовать формированию мировоззрения обучаемых, развитию логического мышления, пространственного воображения, памяти, творческих способностей и т.д.

Под дистанционным обучением понимается комплекс образовательных услуг, предоставляемых посредством специализированной информационно-образовательной среды на любом расстоянии.

Геометрия является одной из центральных школьных дисциплин. Перед учителем стоит важная проблема – не только дать учащимся прочные знания, но и научить применять их на практике. Хотя обучение решению геометрических задач освещено в многочисленных публикациях, проблема еще далека от разрешения. Известный педагог-математик Д. Пойа выделил четыре этапа (ступени) в решении задач с неизвестным для обучаемого алгоритмом решения: понимание смысла задачи, ее условий, требований, связей между ними; поиск плана решения; его реализация; анализ поиска решения, самого решения, результата. При решении проблемно-развивающих задач наибольшая трудность ощущается на этапе поиска. Для ее преодоления имеются общие эвристические приемы.

Российские методисты Ю. М. Колягин, Л. М. Фридман и другие ученые разработали приемы решения задач, которые состоят в следующем:

- попытаться свести данную задачу к такому типу, способ решения которого известен;
- проанализировать требования задачи и попробовать применить известный прием или метод;
- видоизменить задачу, т.е. на ее основе составить новую;
- разбить задачу на несколько вспомогательных, последовательное решение которых может составить решение исходной;
- отыскать в литературе решенную задачу, аналогичную данной, и др.

Однако знание общих приемов поиска еще не гарантирует успеха в решении. Необходимо заранее сформировать у обучаемых умения, соответствующие каждому приему. Анализ исследований Д. Пойа и ряда отечественных ученых позволил сделать вывод о том, что обучать решению геометрических задач – значит формировать у обучаемых умения:

- анализировать условие задачи (выделять данные и требования, соотносить первые со вторыми);
- устанавливать круг теоретических положений, которые могут ассоциироваться с каждым элементом условия и требования;
- выводить следствия, преобразовывать теоретические положения (аксиомы, определения понятий, формулировки теорем) в способы деятельности, эвристические приемы;
- владеть способами решения исходных задач, к совокупности которых сводятся более сложные;
- составлять новые задачи путем изменения условий старых, замены на равносильные; формулировать обратные задачи; выполнять обобщения и конкретизации; использовать результаты решения;
- решать задачи разными методами.

Известно, что процесс формирования любого понятия, умения, приобретения навыков довольно длительный. Важным при этом является последовательная и целенаправленная работа обучающего.

В предлагаемом пособии представлены два дистанционных курса «Опорные планиметрические задачи», «Элементы сферической геометрии». Дистанционный курс «Опорные планиметрические задачи» преследует цель овладеть системой знаний и умений решения таких задач. Ее реализация состоит в формировании и развитии у обучаемых интереса к геометрии и ее практической части, интуиции, исследовательских навыков; совершенствовании математической культуры.

Одним из важнейших этапов решения геометрической задачи является построение чертежа. Считают, что ни одна достаточно содержательная задача не может быть быстро и рационально решена без грамотно выполненного чертежа. В предлагаемом факультативном курсе основным методом решения, который следует освоить и отработать в первую очередь, является *алгебраический*. Его преимущество заключается в том, что две основные его модификации (методы по-

этапного отождествления и составления уравнений) легко алгоритмируются. Граница между ними до некоторой степени условна: первая является частным случаем второй.

Применяя алгебраический метод при решении планиметрических задач, не следует забывать о том, что обучаемые имеют дело с геометрической задачей, а потому следует прежде всего искать в ней геометрические свойства, особенности, соотношения. Рассматривая каждую задачу вместе с методом ее решения, мы выделили множество *элементарных задач*, т.е. решаемых в одно действие, выполненное на основе известной теоремы или формулы. При этом конфигурация, к которой они применяются, достаточно четко обозначена в условии. О границах множества таких задач приходится говорить условно. Тем не менее его выделение представляется оправданным. Оно оказывается полезным, т.к. решение более сложных и содержательных задач составляется из элементарных – «кирпичиков».

К двум указанным выше слагаемым (чертеж и алгебраический метод), помогающим решать задачи, добавляются владение объемом вспомогательных геометрических фактов и теорем, наличие часто используемого списка так называемых **опорных задач** (термин И. Ф. Шарыгина). В теоретическую часть школьного курса геометрии включены главным образом теоремы, необходимые для его дальнейшего развития. В то же время имеются теоремы, исключенные из учебного курса, областью приложения которых является задача, а не теория. Поэтому возникла необходимость в выделении некоторого множества опорных задач, состоящего из набора дополнительных теорем или иллюстрирующих часто встречающийся прием решения задач, который обучаемый должен освоить. В процессе усложнения решаемых задач, как правило, расширяется и список опорных.

Особенностью курса геометрии, затрудняющей до некоторой степени процесс обучения решению задач, является то, что учащиеся главным образом заняты изучением конкретной темы и решением свя-