

УДК 539.2/.6

ББК 22.251

В 21

*Печатается по решению редакционно-издательского
совета Южного федерального университета*

Ответственный редактор

доктор физико-математических наук, профессор ЮФУ **Боев Н. В.**

Рецензенты:

доктор физико-математических наук, профессор ЮФУ **Наседкин А. В.**,
доктор технических наук, профессор, зав. лаб. ЮНЦ РАН **Шевцов С. Н.**

*Монография подготовлена и издана в рамках национального проекта
«Образование» по «Программе развития федерального государственного
образовательного учреждения высшего профессионального образования
«Южный федеральный университет» на 2007–2010 гг.»*

Ватульян А. О., Соловьев А. Н.

В 21 Прямые и обратные задачи для однородных и неоднородных упругих
и электроупругих тел: монография / А. О. Ватульян, А. Н. Соловьев. –
Ростов н/Д: Изд-во ЮФУ, 2008. – 176 с.

ISBN 978-5-9275-0500-5

В монографии рассмотрены граничные и коэффициентные обратные задачи для однородных и неоднородных упругих и электроупругих тел, в которых дополнительной информацией для их решения являются граничные волновые поля, измеренные в поверхностных или частотных областях. Изложен метод неклассических граничных интегральных уравнений первого рода с гладкими ядрами и его применение к решению граничных задач по определению векторов смещений и напряжений на недоступных для измерения участках границы. Предоставлены методы определения пьезоэлектрических характеристик неравномерно поляризованных стержневых пьезоэлементов. Доказаны теоремы единственности решения обратных задач, приведены численные примеры их решений, в том числе на основе сочетания граничных интегральных уравнений и метода конечных элементов.

Предназначена для научных и инженерно-технических работников в области механики деформируемого твердого тела, численных методов, проектирования и применения пьезоэлектрических преобразователей, для студентов старших курсов и аспирантов, специализирующихся по направлениям «механика», «прикладная механика», «прикладная математика», «приборостроение».

ISBN 978-5-9275-0500-5

УДК 539.2/.6

ББК 22.251

© Ватульян А. О., Соловьев А. Н., 2008

© Южный федеральный университет, 2008

© Оформление. Макет. Издательство

Южного федерального университета, 2008

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Метод ГИУ первого рода применительно к краевым задачам для эллиптических операторов	18
1.1. Основные краевые задачи	18
1.2. Сведение краевых задач для эллиптических операторов к системам ГИУ первого рода	21
1.3. Схемы дискретизация системы ГИУ первого рода ...	25
1.4. Примеры реализаций ГИУ	26
1.4.1. Антиплоская деформация изотропного тела ..	26
1.4.2. Антиплоская деформация ортотропного тела	33
1.4.3. Плоская деформация ортотропного тела	35
1.5. ГИУ для составных анизотропных упругих тел	36
Глава 2. Метод ГИУ первого рода для электроупругих тел	43
2.1. Системы ГИУ первого рода для электроупругих тел	43
2.2. Примеры реализации ГИУ	48
2.2.1. Антиплоская деформация электроупругого тела	48
2.2.2. Плоская деформация электроупругого тела	52
2.3. О поведении решения плоской задачи электроупругости в окрестности нерегулярной границы	65
2.3.1. Построение асимптотического решения системы дифференциальных уравнений электроупругости в плоской области	65
2.3.2. Пример численного определения показателя особенности решения	68

**Глава 3. Обратные задачи о восстановлении граничных
волновых полей в анизотропных упругих
и электроупругих телах конечных размеров 70**

3.1. Постановка краевых задач четвертого рода	70
3.2. Сведение к задаче Коши. Теорема единственности	73
3.3. Сведение к системам ГИУ первого рода	75
3.4. Численная реализация системы ГИУ для анизотропного тела.....	77
3.5. Численные аспекты задачи восстановления полей	83
3.6. Обратные граничные задачи для сред с диссипацией	89
3.7. Конечно-элементные алгоритмы решения обратных граничных задач	98
3.7.1. Вспомогательные задачи	100
3.7.2. Алгоритм решения задачи восстановления	102
3.7.3. Реализация алгоритмов идентификации на основе МКЭ	103
3.7.4. Пример численной реализации	107

**Глава 4. Обратные коэффициентные задачи
электроупругости для стержней 110**

4.1. Обратная задача определения пьезомодуля при поперечной поляризации пьезокерамического преобразователя	111
4.1.1. Постановка прямой задачи	111
4.1.2. Формулировка обратной задачи и сведение ее к нелинейному интегральному уравнению	112
4.1.3. Линеаризация, сведение к линейному интегральному уравнению Фредгольма первого рода с гладким ядром	115
4.1.4. Численные эксперименты	118

4.2. Обратная задача определения пьезомодуля при продольной поляризации пьезокерамического преобразователя	122
4.2.1. Постановка прямой и обратной задач	122
4.2.2. Сведение обратной задачи к системе нелинейных интегральных уравнений	126
4.2.3. Алгоритм решения системы нелинейных интегральных уравнений	127
4.2.4. Численные эксперименты	129
4.3. Определение закона располяризации пьезокерамического стержня при поперечной поляризации (нестационарная постановка)	131
4.3.1. Постановка прямой и обратной задач	131
4.3.2. Сведение обратной задачи к интегральному уравнению	133
4.3.3. Численные примеры решения обратной задачи	136
4.4. Определение закона располяризации пьезокерамического стержня при продольной поляризации (нестационарная постановка)	137
4.4.1. Постановка прямой и обратной задач	137
4.4.2. Схема решения обратной задачи	142
4.4.3. Численные эксперименты	143
Заключение	145
Литература	147