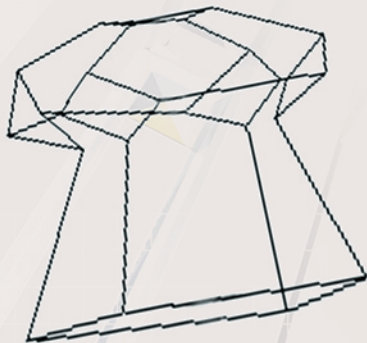
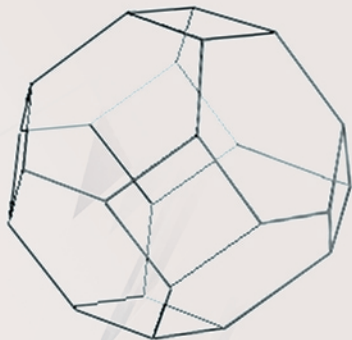


А. А. Воропинов

# Методы решения задач газодинамики

на неструктурированных сетках

Часть II



ФГУП «Российский федеральный ядерный центр –  
Всероссийский научно-исследовательский институт  
экспериментальной физики»

**А. А. Воропинов**

**МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ  
ГАЗОДИНАМИКИ  
НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ**

Курс лекций  
В 3 частях

**Часть 2  
РАЗНОСТНЫЕ СХЕМЫ**

Саров  
2016

УДК 519.6  
ББК 22.19  
В75

**Воропинов, А. А.**

В75 Методы решения задач газодинамики на неструктурированных сетках : курс лекций : в 3 ч. / А. А. Воропинов. – Саров: ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2016.  
ISBN 978-5-9515-0207-0

Ч. 2: Разностные схемы. – 2016. – 83 с.: ил.  
ISBN 978-5-9515-0325-1

Издание рассматривает методики, предназначенные для решения задач механики сплошной среды на неструктурированных многоугольных и многогранных сетках. Это методики ДМК, ТИМ и МЕДУЗА, применяемые в Институте теоретической и математической физики РФЯЦ-ВНИИЭФ.

Курс лекций предназначен для студентов старших курсов и аспирантов по специальности «Прикладная математика».

УДК 519.6  
ББК 22.19

ISBN 978-5-9515-0325-1 (ч. 2)  
ISBN 978-5-9515-0207-0

© ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ», 2016

## ВВЕДЕНИЕ

Этот курс посвящен методикам, предназначенным для решения задач механики сплошной среды на неструктурированных многоугольных и многогранных сетках. Это методики ТИМ [1, 2], ДМК и МЕДУЗА [3], разработанные в Институте теоретической и математической физики (ИТМФ) РФЯЦ-ВНИИЭФ.

*Методика* включает в себя совокупность различных методов и алгоритмов, нацеленных на решение определенного класса задач. При этом каждая методика – это «живой» организм: в рамках методики создаются новые методы, улучшаются старые с целью расширить класс решаемых задач, ускорить проведение расчетов, снизить трудозатраты на их проведение. В результате в каждой методике возникает переплетение методов – особенности одного алгоритма учитываются в других. Из-за сильной взаимосвязи различных тем данный курс оказывается труден для студентов. С другой стороны, слишком глубоко особенности методик в курсе не рассматриваются, большая часть математических выкладок остается «за кадром», для самостоятельного изучения, а особое внимание уделено именно взаимосвязи вопросов, характерной не только для рассматриваемых методик, но и всех крупных научных программ.

Настоящий курс лекций состоит из нескольких разделов, в которых рассматриваются вопросы возможности создания методик, позволяющих решать задачи двумерной и трехмерной нестационарной газовой динамики на неструктурированных сетках, сохраняя их несамопересекающимися в процессе расчета задачи. Максимальное внимание уделено вопросам, относящимся именно к неструктурированным методикам: это построение сетки, разностных схем, поддержание качества сетки, возможности адаптации сетки в процессе решения задач.

Первая часть курса [4] описывала алгоритмы построения исходной расчетной сетки. Вторая часть курса посвящена вопросам построения форматов для описания неструктурированных сеток и разностным схемам газовой динамики. В курсе рассматриваются

## Содержание

|   |    |
|---|----|
| <b>Введение</b> .....   | 3  |
| <b>Глава I. Форматы описания неструктурированных сеток произвольного вида</b> .....           | 5  |
| 1.1. Подходы к выработке формата хранения неструктурированной сетки.....                      | 6  |
| 1.2. Двумерные форматы хранения.....  | 8  |
| 1.2.1. О хранении списковых массивов переменной длины.....                                    | 9  |
| 1.2.2. Формат хранения «по узлам».....  | 10 |
| 1.2.3. Формат хранения «по ребрам».....   | 12 |
| 1.2.4. Формат хранения «по ячейкам».....  | 13 |
| 1.2.5. «Реберно-ячеечный» формат хранения.....  | 15 |
| 1.2.6. «Реберно-ячеечно-узловой» формат хранения.....   | 16 |
| 1.2.7. Сравнение форматов по объему требуемой памяти.....                                     | 17 |
| 1.2.8. Базовые алгоритмы поиска соседства.....  | 19 |
| 1.3. Трехмерные форматы хранения.....   | 19 |
| 1.3.1. Оценка затрат памяти для различных структур.....                                       | 20 |
| 1.3.2. Структура хранения «по углам».....   | 21 |
| 1.3.3. Формат хранения «ребро-границы».....   | 23 |
| 1.3.4. Формат хранения «по граням».....   | 25 |
| 1.3.5. Результаты замеров необходимой памяти...   | 26 |
| Список литературы к главе I.....  | 27 |
| <b>Глава II. Дискретизация уравнений газовой динамики на неструктурированных сетках</b> ..... | 28 |
| 2.1. Неконсервативная разностная схема для уравнений газовой динамики в методике ТИМ-2D.....  | 31 |
| 2.1.1. Расчет узловых величин .....   | 32 |
| 2.1.2. Расчет ячеечных величин .....  | 37 |
| 2.2. Полностью консервативная разностная схема в методике ТИМ (дополнительный материал).....  | 40 |

|  |    |
|--|----|
| 2.2.1. Конечно-разностные формулы для<br>расчета компонент тензора скоростей<br>деформаций .....                         | 47 |
| 2.2.2. Аппроксимация уравнения движения .....  | 49 |
| 2.2.3. Аппроксимация уравнения энергии .....   | 52 |
| 2.2.4. Аппроксимация уравнения<br>теплопроводности .....   | 54 |
| 2.2.4.1. Аппроксимация производных перво-<br>го порядка .....  | 57 |
| 2.2.4.2. Аппроксимация дифференциального<br>оператора второго порядка .....  | 58 |
| 2.3. Разностная схема для уравнений газовой<br>динамики в методике МЕДУЗА .....  | 59 |
| 2.4. Дискретизация уравнений газовой динамики<br>на треугольных сетках (дополнительный<br>материал) .....                | 64 |
| 2.4.1. Расчет узловых величин .....  | 65 |
| 2.4.2. Расчет ячеечных величин .....   | 69 |
| 2.5. Особенности построения разностной схемы<br>газовой динамики в трехмерном случае на примере<br>методики ТИМ-3D ..... | 71 |
| 2.5.1. Вычисление объема ячейки .....  | 75 |
| 2.5.2. Построение узловой ячейки .....   | 76 |
| 2.5.3. Дискретизация уравнений газовой<br>динамики .....   | 77 |
| Список литературы к главе II .....   | 79 |
| <b>Источники</b> .....   | 80 |

Научное издание

**Воропинов Андрей Александрович**

**Методы решения задач газодинамики  
на неструктурированных сетках**

Курс лекций

В 3 частях

Часть 2

Разностные схемы

Редактор, корректор *Зимакова Н. Ю.*

Компьютерная подготовка оригинала-макета *Мухина К. А.*

Дизайн обложки *Андреева Т. В.*

---

Подписано в печать 27.12.2016

Формат 60×84/16

Тираж 100 экз.

Печать офсетная

Заказ 35-2016

Усл. печ. л. 4,9

Уч.-изд. л. 4,14

---

Отпечатано в ИПЦ ФГУП «РФЯЦ-ВНИИЭФ»  
607188, г. Саров Нижегородской обл., ул. Силкина, 23