

ББК 22.152 + 22.151

УДК 515.1 + 513

Б 733

Интернет-магазин

MAHESIS

<http://shop.rcd.ru>

- физика
 - математика
 - биология
 - нефтегазовые технологии
-

Богачев В. И., Смолянов О. Г., Соболев В. И.

Топологические векторные пространства и их приложения. — М.–Ижевск: НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2012. — 584 с.

Книга дает подробное изложение основ теории топологических векторных пространств, обзор важнейших результатов более тонкого характера, которые уже не относятся к основам, но знание которых полезно для приложений, и, наконец, некоторые из таких приложений, связанные с дифференциальным исчислением в бесконечномерных пространствах и теорией меры. Имеется много задач и упражнений с указаниями. Приведена обширная библиография. Книга рассчитана на студентов, аспирантов и научных работников физико-математических специальностей.

Библ. 523

ISBN 978-5-93972-941-3

ББК 22.152 + 22.151

© В. И. Богачев, О. Г. Смолянов, В. И. Соболев, 2012

© НИЦ «Регулярная и хаотическая динамика», 2012

<http://shop.rcd.ru>

<http://ics.org.ru>

Оглавление

Обозначения	6
Предисловие	7
Глава 1. Введение в теорию топологических векторных пространств	9
1.1. Линейные пространства и топология	9
1.2. Основные определения	22
1.3. Примеры	31
1.4. Выпуклые множества	47
1.5. Конечномерные и нормируемые пространства	56
1.6. Метризуемость	64
1.7. Полнота и пополнение	69
1.8. Компактные и предкомпактные множества	81
1.9. Линейные операторы	89
1.10. Теорема Хана–Банаха: геометрическая форма	95
1.11. Теорема Хана–Банаха: аналитическая форма	107
1.12. Дополнения и задачи	120
Равномерные пространства (120). Выпуклые компакты (123). Теоремы о неподвижных точках (125). Пространства последовательностей (128). Сопряженные к банаховым пространствам (129). Свойства сепарабельности (131). Непрерывные селекции и продолжения (133). Задачи (134).	
Глава 2. Методы построения топологических векторных пространств	141
2.1. Проективные топологии	141
2.2. Примеры проективных пределов	145
2.3. Индуктивные топологии	153
2.4. Примеры индуктивных пределов	158
2.5. Конструкция Гротендика	168

2.6.	Строгие индуктивные пределы	175
2.7.	Индуктивные пределы с компактными вложениями	178
2.8.	Тензорные произведения	182
2.9.	Ядерные пространства	184
2.10.	Дополнения и задачи	191
	Свойства пространств \mathcal{D} и \mathcal{D}' (191). Абсолютно суммирующие операторы (196). Локальная полнота (199). Задачи (201).	
Глава 3.	Двойственность	207
3.1.	Поляры	207
3.2.	Топологии, согласующиеся с двойственностью	214
3.3.	Сопряженные операторы	219
3.4.	Слабая компактность	222
3.5.	Бочечные пространства	230
3.6.	Борнологические пространства	237
3.7.	Сильная топология и рефлексивность	245
3.8.	Критерии полноты	254
3.9.	Теорема о замкнутом графике	263
3.10.	Компактные операторы	272
3.11.	Альтернатива Фредгольма	280
3.12.	Дополнения и задачи	285
	Бэровские пространства (285). Теорема о борелевском графике (288). Ограничивающие множества (289). Теорема Джеймса (290). Топологические свойства локально выпуклых пространств (292). Свойства Эберлейна–Шмульяна (296). Базисы Шаудера (297). Минимальные пространства и степени прямой (299). Задачи (303).	
Глава 4.	Дифференциальное исчисление	323
4.1.	Дифференцируемость по системе множеств	325
4.2.	Примеры	334
4.3.	Дифференцируемость и непрерывность	341
4.4.	Дифференцируемость и непрерывность по подпространству	347
4.5.	Производная композиции	350
4.6.	Теорема о среднем	364
4.7.	Формула Тейлора	366
4.8.	Частные производные	371
4.9.	Обращение формулы Тейлора и цепного правила	372
4.10.	Дополнения и задачи	386
	Теорема об обратной функции (386). Многочлены (387). Обыкновенные дифференциальные уравнения в локально	

выпуклых пространствах (390). Предельный переход под знаком производной (395). Полнота пространств гладких отображений (398). Дифференцируемость через псевдотопологии (405). Гладкие функции на банаховых пространствах (406). Задачи (407).

Глава 5. Меры на линейных пространствах	411
5.1. Цилиндрические множества	411
5.2. Меры на топологических пространствах	414
5.3. Преобразования и сходимость мер	425
5.4. Цилиндрические меры	432
5.5. Преобразование Фурье	441
5.6. Ковариационные операторы и средние мер	446
5.7. Гауссовские меры	457
5.8. Квазимеры	468
5.9. Достаточные топологии	472
5.10. Топологии Сазонова и Гросса–Сазонова	475
5.11. Условия счетной аддитивности	483
5.12. Дополнения и задачи	492
Свертка (492). Законы 0–1 (496). Выпуклые меры (499). Центральная предельная теорема (502). Безгранично делимые и устойчивые меры (504). Банаховы носители мер (513). Бесконечномерные винеровские процессы (516). Прохоровские локально выпуклые пространства (517). Измеримые линейные и полилинейные функции (523). Связь различных σ -алгебр (532). Радонизирующие операторы (534). Измеримые нормы (535). Задачи (536).	
Комментарии	543
Литература	551
Предметный указатель	577