

УДК 517(075.8)
ББК 22.1я73
Б 795

Рецензенты:
доктор технических наук *В. В. Яцышен*;
доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой
информационных систем и математического моделирования
Волгоградского государственного архитектурно-строительного
университета *О. В. Игнатьев*

*Утверждено редакционно-издательским советом университета
в качестве учебно-практического пособия*

Болотина, Н. А.

Б 795 Высшая математика [Электронный ресурс] : учебно-практическое пособие. — 2-е изд., перераб. и доп. / Н. А. Болотина, Л. П. Харитоновна, И. П. Руденко ; М-во образования и науки Росс. Федерации, Волгогр. гос. архит.-строит. ун-т. — Электрон. текстовые дан. (3,6 Мб). — Волгоград : ВолгГАСУ, 2012. — Учебное электронное издание комбинированного пространства : 1 DVD-диск. — Систем. требования: PC 486 DX-33; Microsoft Windows XP; 2-скоростной дисковод DVD-ROM; Adobe Reader 6.0. — Официальный сайт Волгоградского государственного архитектурно-строительного университета. Режим доступа: <http://www.vgasu.ru/publishing/on-line/> — Загл. с титул. экрана.
ISBN 978-5-98276-487-4

Приведен лекционный материал, соответствующий курсу высшей математики Федерального государственного образовательного стандарта третьего поколения для бакалавров строительных и технических специальностей. Материал может быть использован также для подготовки специалистов строительных и технических специальностей. Подробно рассмотрены примеры решения задач по всем темам, а также даны задачи для самостоятельного решения.

Для студентов строительных и инженерных специальностей.

1-е изд. вышло печатным тиражом в 2008 г. под названием «Высшая математика. Курс лекций и практические задания». Авторский коллектив 1-го издания: И. П. Руденко, Н. А. Болотина, Н. Н. Агишева.

Для удобства работы с изданием рекомендуем пользоваться электронным оглавлением, которое открывается с помощью пункта «Закладки» («Bookmarks») бокового вертикального меню.

УДК 517(075.8)
ББК 22.1я73

ISBN 978-5-98276-487-4



© Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Волгоградский государственный
архитектурно-строительный университет», 2012

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие.....	8
Основные обозначения. Кванторы.....	9
Введение.....	10
1. Элементы линейной алгебры.....	12
1.1. Понятие матрицы и ее виды. Основные определения.....	12
1.2. Линейные действия над матрицами. Умножение матриц.....	14
1.3. Определители второго и третьего порядков.....	15
1.4. Свойства определителей.....	17
1.5. Сводная таблица основных методов решения определителей.....	18
1.6. Элементарные преобразования матрицы.....	20
1.7. Обратная матрица. Матричные уравнения.....	20
1.8. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ).....	21
Определение СЛАУ.....	21
Решение СЛАУ по формулам Крамера.....	22
Матричная запись СЛАУ и ее решение с помощью обратной матрицы.....	23
Ранг матрицы и его свойства.....	23
Исследование СЛАУ.....	24
Сводная таблица для исследования СЛАУ.....	25
Примеры решения практических задач.....	26
Задания для самостоятельного решения.....	33
2. Система координат на плоскости и в пространстве. Основные задачи.....	38
2.1. Прямоугольные декартовы координаты.....	38
2.2. Основные задачи на метод координат на плоскости.....	39
2.3. Полярные координаты.....	39
2.4. Связь между декартовыми и полярными координатами.....	40
2.5. Параметрические уравнения.....	40
2.6. Прямоугольные декартовы координаты в пространстве.....	41
2.7. Основные задачи на метод координат в пространстве.....	41
Примеры решения практических задач.....	42
Задания для самостоятельного решения.....	45
3. Векторная алгебра.....	46
3.1. Определение вектора.....	46
3.2. Линейные действия над векторами.....	47
3.3. Линейная зависимость векторов. Базис на плоскости и в пространстве.....	49
3.4. Проекция вектора на ось. Основные теоремы о проекциях.....	50
3.5. Разложение вектора на составляющие по осям координат.....	52
3.6. Простые задачи на декартовы координаты.....	53
3.7. Скалярное произведение векторов.....	54
3.8. Векторное произведение векторов.....	55
3.9. Смешанное произведение векторов.....	56
3.10. Сводная таблица основных понятий и формул по теме «Векторная алгебра».....	57
Примеры решения практических задач.....	59
Задания для самостоятельного решения.....	63
4. Аналитическая геометрия на плоскости.....	66
4.1. Прямая на плоскости. Виды уравнений прямой.....	66
4.2. Основные задачи для прямой линии на плоскости.....	67
4.3. Сводная таблица понятий и формул по теме «Прямая на плоскости».....	68
4.4. Кривые второго порядка.....	69
Окружность.....	69
Эллипс.....	70

Гипербола.....	71
Парабола.....	72
Общее уравнение кривой второго порядка.....	73
Некоторые другие кривые.....	74
Примеры решения практических задач.....	76
Задания для самостоятельного решения.....	80
5. Аналитическая геометрия в пространстве.....	82
5.1. Плоскость.....	82
Общее уравнение плоскости.....	82
Анализ общего уравнения плоскости.....	83
Взаимное расположение плоскостей.....	84
Различные формы уравнений плоскости.....	86
5.2. Прямая в пространстве.....	87
Общие уравнения прямой.....	87
Взаимное расположение прямых в пространстве.....	87
Различные виды уравнений прямой в пространстве.....	87
Приведение общих уравнений прямой к каноническому виду.....	88
5.3. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.....	89
5.4. Поверхности второго порядка.....	91
Общие сведения.....	91
Цилиндры второго порядка.....	92
Эллипсоид, конус, гиперboloид.....	93
Параболоиды.....	95
5.5. Сводная таблица понятий и формул по теме «Прямая и плоскость в пространстве».....	96
Примеры решения практических задач.....	99
Задания для самостоятельного решения.....	106
6. Введение в анализ.....	108
6.1. Функция одной переменной. Основные элементарные функции.....	108
6.2. Модуль действительного числа.....	109
6.3. Предел функции одной переменной.....	110
6.4. Бесконечно большой аргумент и функция.....	112
6.5. Бесконечно малые функции.....	114
6.6. Основные теоремы о пределах.....	116
6.7. Замечательные пределы.....	119
6.8. Непрерывность функции.....	119
Основные определения.....	119
Классификация точек разрыва функции.....	120
Операции над непрерывными функциями.....	121
Свойства функций, непрерывных на отрезке.....	121
Примеры решения практических задач.....	122
Задания для самостоятельного решения.....	127
7. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.....	130
7.1. Производная функции одной переменной.....	130
Задачи, приводящие к понятию производной.....	130
Правило непосредственного вычисления производной функции.....	133
Основные правила дифференцирования.....	133
Производные основных элементарных функций.....	135
Таблица производных основных элементарных и соответствующих сложных функций.....	138
7.2. Дифференциал функции одной переменной.....	139

7.3. Производные и дифференциалы высших порядков.....	142
Основные понятия и определения.....	142
Основные теоремы дифференциального исчисления.....	143
7.4. Правило Лопиталя.....	144
7.5. Раскрытие неопределенностей.....	145
7.6. Исследование функции одной переменной.....	146
Примеры решения практических задач.....	151
Задания для самостоятельного решения.....	157
8. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.....	160
8.1. Понятие функции нескольких переменных.....	160
8.2. Непрерывность функции нескольких переменных.....	160
8.3. Частные производные функции двух переменных.....	162
8.4. Производная по направлению.....	163
8.5. Градиент. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.....	163
8.6. Частные производные и дифференциалы высших порядков функции двух переменных.....	165
8.7. Локальные экстремумы функции двух переменных.....	166
Примеры решения практических задач.....	167
Задания для самостоятельного решения.....	170
9. Неопределенный интеграл.....	171
9.1. Первообразная функции.....	171
Основные понятия и определения.....	171
Основные свойства неопределенного интеграла.....	172
Основные формулы интегрирования.....	173
9.2. Основные методы интегрирования.....	174
9.3. Многочлены. Рациональные дроби. Простейшие рациональные дроби.....	175
9.4. Интегрирование простейших рациональных дробей.....	176
9.5. Разложение рациональной дроби на простейшие. Интегрирование рациональных дробей.....	177
9.6. Интегрирование некоторых иррациональных функций.....	178
9.7. Интегрирование тригонометрических функций.....	178
9.8. Понятие об интегрируемости в конечном виде или о функциях, интегралы от которых не выражаются через элементарные функции.....	179
Примеры решения практических задач.....	180
Задания для самостоятельного решения.....	184
10. Определенный интеграл.....	185
10.1. Определенный интеграл и задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Некоторые физические толкования определенного интеграла.....	185
10.2. Основные свойства определенного интеграла.....	187
10.3. Производная интеграла по переменной верхней границе.....	188
10.4. Замена переменной в определенном интеграле.....	189
10.5. Интегрирование по частям в определенном интеграле.....	190
10.6. Несобственные интегралы.....	190
Примеры решения практических задач.....	191
Задания для самостоятельного решения.....	193
11. Приложения определенного интеграла.....	194
11.1. Вычисление площади в декартовых координатах.....	194
11.2. Вычисление площади в полярных координатах.....	195
11.3. Длина дуги кривой.....	195
11.4. Вычисление объема тела вращения.....	197
Примеры решения практических задач.....	197
Задания для самостоятельного решения.....	201

12. Кратные интегралы	202
12.1. Понятие двойного интеграла	202
12.2. Геометрический смысл двойного интеграла и его свойства	203
12.3. Вычисление двойных интегралов в прямоугольных декартовых координатах	204
12.4. Правила вычисления двойных интегралов и порядок приведения двойного интеграла к повторному	206
12.5. Вычисление двойного интеграла в полярных координатах	207
12.6. Тройной интеграл и его приложения	209
Примеры решения практических задач	212
Задания для самостоятельного решения	214
13. Ряды	215
13.1. Числовые ряды	215
Основные понятия числового ряда	215
Геометрическая прогрессия	215
Свойства сходящихся рядов	216
Необходимый признак сходимости	216
Знакоположительные ряды. Достаточные признаки сходимости	217
Знакопеременные ряды. Абсолютная сходимость. Остаток ряда и его оценка	220
Сводная таблица основных понятий и формул по теме «Числовые ряды»	221
13.2. Функциональные ряды	223
13.3. Степенные ряды	225
Основные понятия. Радиус сходимости	225
Свойства степенных рядов	228
Ряд Тейлора	229
Разложение функции в ряд Маклорена	231
Вычисление определенных интегралов с помощью рядов	233
Сводная таблица основных формул по теме «Функциональные и степенные ряды»	235
Примеры решения практических задач	236
Задания для самостоятельного решения	243
14. Ряды Фурье	244
Периодические функции и процессы	244
Тригонометрический ряд Фурье	245
Разложение в ряд Фурье 2π -периодических функций	246
Ряды Фурье для четных и нечетных функций	246
Разложение в ряд Фурье функций на отрезке $[-l; l]$	247
Представление непериодической функции рядом Фурье	248
Примеры решения практических задач	250
Задания для самостоятельного решения	254
15. Элементы теории функций комплексного переменного	255
15.1. Комплексные числа и действия над ними	255
15.2. Понятие функции комплексного переменного	258
15.3. Производная функции комплексного переменного	260
15.4. Аналитические функции	261
15.5. Ряды Лорана. Особые точки аналитической функции и их классификация	261
15.6. Сводная таблица понятий и формул по теме «Комплексные числа»	263
Примеры решения практических задач	265
Задания для самостоятельного решения	270
16. Дифференциальные уравнения	271
16.1. Обыкновенные дифференциальные уравнения	271

16.2. Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.....	272
16.3. Дифференциальные уравнения первого порядка.....	275
Основные понятия и определения.....	275
Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.....	277
Дифференциальные уравнения, однородные относительно переменных	277
Линейные дифференциальные уравнения.....	278
Уравнение Бернулли.....	279
16.4. Дифференциальные уравнения второго порядка.....	279
16.5. Уравнения второго порядка, допускающие понижение порядка.....	280
16.6. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка.....	281
Основные определения и понятия	281
Метод вариации произвольных постоянных.....	283
16.7. Линейные однородные уравнения второго порядка с постоянными	
коэффициентами.....	285
16.8. Линейные неоднородные уравнения второго порядка с постоянными	
коэффициентами.....	285
16.9. Решение дифференциальных уравнений с помощью рядов.....	287
16.10. Сводная таблица по теме «Дифференциальные уравнения».....	288
Примеры решения практических задач.....	290
Задания для самостоятельного решения.....	292
17. Элементы теории поля.....	294
Векторное поле, его характеристики.....	294
Некоторые простейшие поля.....	296
Примеры решения практических задач.....	296
Задания для самостоятельного решения.....	297
18. Дифференциальные уравнения с частными производными.....	298
18.1. Классификация дифференциальных уравнений с частными производными...	298
18.2. Методы решения уравнений с частными производными.....	299
18.3. Классификация уравнений математической физики.....	300
18.4. Краевые условия.....	301
18.5. Постановка краевых задач для уравнения параболического типа.....	303
18.6. Решение дифференциального уравнения параболического типа.....	306
Примеры решения практических задач.....	307
Задания для самостоятельного решения.....	308
Заключение	308
Библиографический список	309
Приложение. Вопросы к экзаменам, зачетам и коллоквиумам.....	311