

Министерство образования и науки Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова

СОВРЕМЕННЫЕ ПРОБЛЕМЫ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

*Сборник научных трудов
молодых ученых, аспирантов и студентов*

ВЫПУСК 11

Ярославль 2010

УДК 517.9 + 512.54 + 519.6
ББК В1+Ч23
С 56

*Рекомендовано
редакционно-издательским советом ЯрГУ
в качестве научного издания. План 2010/11 учебного года*

Современные проблемы математики и информатики:

С 56 Сборник научных трудов молодых ученых, аспирантов и студентов / Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. — Ярославль, 2010. — Вып. 11. — 88 с.

В сборнике представлены работы молодых ученых, аспирантов и студентов.

В статьях рассматриваются различные проблемы алгебры, динамики нейронных сетей, аналитического и численного моделирования сложных систем.

Сборник подготовлен с использованием издательской системы L^AT_EX.

Редакционная коллегия:

канд. физ.-мат. наук П. Н. Нестеров (отв. редактор)

д-р физ.-мат. наук С. Д. Глызин

д-р физ.-мат. наук А. Л. Онищик

© Ярославский
государственный
университет
им. П. Г. Демидова, 2010

Содержание

Алгебра	4
<i>Кулакова Е. С.</i> Классификация комплексных супералгебр Ли размерности $3 1$	4
<i>Поляков С. В.</i> О неразрешимых SM_2 -группах	14
Математическое моделирование	24
<i>Кащенко А. А.</i> Исследование устойчивости линейной импульсной системы	24
<i>Кузнецова Е. М., Филатов А. А.</i> Исследование системы дифференциальных уравнений с импульсным воздействием с использованием технологии CUDA	32
<i>Серебрякова А. В., Тараканова Е. В.</i> К вопросу о потере устойчивости цикла в системах типа «реакция — диффузия»	39
Динамика нейронных сетей	53
<i>Алешин С. В.</i> Модель АWЗ-нейрона	53
<i>Дунаева О. А.</i> Построение многослойного перцептрона на основе импульсных нейронов	61
<i>Колотухин И. О.</i> Модель взаимодействия нейронных клеточных автоматов с переменными синаптическими весами	73
<i>Мац А. С.</i> Сальтаторное проведение нервных импульсов по волокнам с разветвлениями	80

Е. С. Кулакова

Классификация комплексных супералгебр Ли размерности 3|1

Дается классификация с точностью до изоморфизма комплексных супералгебр Ли размерности 3|1.

Введение

Настоящая работа является продолжением работы [2], в которой была дана классификация всех комплексных супералгебр Ли размерностей ≤ 3 . Здесь мы начинаем рассмотрение случая размерности 4. Мы используем терминологию и обозначения работы [2], а также полученные в ней общие результаты о классификации супералгебр Ли размерности $n|1$. Заметим, что классификация комплексных супералгебр Ли размерности 1|3 легко выводится из общих результатов о супералгебрах размерностей $1|m$, также содержащихся в [2]; результат аналогичен полученному там результату для размерности 1|2. Случай размерности 2|2 требует особого рассмотрения. Все алгебры и супералгебры Ли предполагаются определенными над полем \mathbb{C} комплексных чисел.

Рассматриваются комплексные супералгебры Ли $L = L_{\bar{0}} \oplus L_{\bar{1}}$, где $L_{\bar{0}}$ — трехмерная алгебра Ли, а $\dim L_{\bar{1}} = 1$. Фиксируем базисный вектор $f \in L_{\bar{1}}$, $f \neq 0$. Тогда $L_{\bar{1}} = \langle f \rangle$ и $[f, f] = e \in L_{\bar{0}}$. Очевидно, $[x, f] = \lambda(x)f$, $x \in L_{\bar{0}}$, где $\lambda \in L_{\bar{0}}^*$ — линейная функция на $L_{\bar{0}}$. Согласно теореме 2.1.1 работы [2], имеем

$$\lambda(e) = 0; \quad (1)$$

$$\lambda([x, y]) = 0 \quad \forall x, y \in L_{\bar{0}}; \quad (2)$$

$$[x, e] = 2\lambda(x)e \quad \forall x \in L_{\bar{0}}, \quad (3)$$

причем любые $e \in L_{\bar{0}}$ и $\lambda \in L_{\bar{0}}^*$, удовлетворяющие этим условиям, определяются некоторой супералгеброй Ли $L(e, \lambda)$ размерности $3|1$ с четной частью $L_{\bar{0}}$. Далее, в силу теоремы 2.1.3 той же работы две супералгебры Ли $L(e, \lambda)$ и $L(e', \lambda')$ с четной частью $L_{\bar{0}}$ изоморфны тогда и только тогда, когда существует такой автоморфизм α алгебры Ли $L_{\bar{0}}$, что $\alpha^*(\lambda') = \lambda$ и $\alpha(e) = ce'$, где $c \in \mathbb{C}, c \neq 0$.

Классификация трехмерных комплексных алгебр Ли хорошо известна [1]. Любая такая алгебра изоморфна одной из алгебр Ли, содержащихся в следующем списке, где приведены ненулевые коммутационные соотношения между элементами некоторого базиса (e_1, e_2, e_3) алгебры Ли. Через \mathbb{C}^3 обозначена коммутативная алгебра Ли размерности 3.

1. \mathbb{C}^3 .
2. $\mathfrak{sl}_2(\mathbb{C})$: $[e_1, e_2] = 2e_2, [e_1, e_3] = -2e_3, [e_2, e_3] = e_1$.
3. $\mathfrak{n}_3(\mathbb{C})$: $[e_1, e_2] = e_3$.
4. $\mathfrak{r}_3(\mathbb{C})$: $[e_1, e_2] = e_2, [e_1, e_3] = e_2 + e_3$.
5. $\mathfrak{r}_{3,\lambda}(\mathbb{C})$: $[e_1, e_2] = e_2, [e_1, e_3] = \lambda e_3$, где $\lambda \in \mathbb{C}, |\lambda| \leq 1$.
6. $\mathfrak{r}_2(\mathbb{C}) \oplus \mathbb{C}$.

В следующих далее разделах будут рассмотрены случаи, когда $L_{\bar{0}}$ является соответствующей супералгеброй Ли из этого списка. При этом будут использоваться базис (e_1, e_2, e_3) и коммутационные соотношения, указанные выше. Заметим, что последняя в этом списке алгебра Ли $\mathfrak{r}_2(\mathbb{C}) \oplus \mathbb{C}$ изоморфна алгебре $\mathfrak{r}_{3,0}(\mathbb{C})$, и поэтому мы не будем рассматривать ее как отдельный случай.

1. $L_{\bar{0}} = \mathbb{C}^3$

В этом случае можно применить следствие теоремы 2.1.3 работы [2], в котором классифицированы супералгебры Ли размерности $n|1$ с коммутативной четной частью. Сформулируем его частный случай $n = 3$ в виде следующей теоремы.

Теорема 1.1. Пусть $\dim L = 3|1$ и алгебра Ли $L_{\bar{0}}$ коммутативна. Тогда для супералгебры Ли $L = L_{\bar{0}} \oplus \langle f \rangle$ имеет место один из следующих трех случаев:

1. $\lambda = 0, [f, f] = 0$, т.е. L коммутативна.