

УДК 517.5 (075)

ББК 22.161я73

И 27

Рецензенты

И.К. Зубова, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического анализа Оренбургского государственного университета

Л.Н. Курбатова, старший преподаватель кафедры математического анализа и методики преподавания математики Оренбургского государственного педагогического университета

Игнатушина, И. В.

И 27 Типовые задачи по разделу «Интегральное исчисление функции одной переменной»: учебно-методическое пособие для студентов физико-математических факультетов педвузов / И.В. Игнатушина, Е.О. Каракулина; Мин-во образования и науки Рос. Федерации, ФГБОУ ВПО «Оренб. гос. пед. ун-т». – Оренбург: Южный Урал, 2014. – 74 с.: ил.

УДК 517.5 (075)

ББК 22.161я73

© Игнатушина, И. В. Каракулина Е.О., 2014

© Оформление. Издательство Южный Урал, 2014

Содержание

Предисловие	5
1 Неопределенный интеграл.....	6
1.1 Понятие первообразной и неопределенного интеграла	6
1.2 Формулы интегрирования	8
1.3 Методы интегрирования.....	8
1.3.1 Метод непосредственного интегрирования	8
Вопросы для самопроверки	8
Примеры решения задач.....	9
Задачи для аудиторной работы	10
Задачи для самостоятельной работы.....	11
1.3.2 Метод замены переменной.....	12
Примеры решения задач.....	13
Задачи для аудиторной работы	14
Задачи для самостоятельной работы.....	16
1.3.3 Метод интегрирования по частям	17
Примеры решения задач.....	18
Задачи для аудиторной работы	19
Задачи для самостоятельной работы.....	20
1.4 Интегрирование рациональных дробей	20
1.4.1 Интегрирование простейших рациональных дробей	20
1.4.2 Интегрирование правильных и неправильных рациональных дробей	22
Примеры решения задач.....	23
Задачи для аудиторной работы	27
Задачи для самостоятельной работы.....	28
1.5 Интегрирование тригонометрических функций.....	28
1.5.1 Универсальная тригонометрическая подстановка.....	28
1.5.2 Интегралы типа $\int \sin^m x \cdot \cos^n x dx$	29
1.5.3 Интегралы вида $\int \sin \alpha x \cdot \cos \beta x dx$, $\int \sin \alpha x \cdot \sin \beta x dx$, $\int \cos \alpha x \cdot \cos \beta x dx$	30
Примеры решения задач.....	30
Задачи для аудиторной работы	31
Задачи для самостоятельной работы.....	32
1.6 Интегрирование иррациональных функций	32
Примеры решения задач.....	33

Задачи для аудиторной работы	34
Задачи для самостоятельной работы	34
2 Определенный интеграл	35
2.1 Понятие определенного интеграла	35
2.2 Некоторые свойства определенного интеграла	36
2.2 Интеграл с переменным верхним пределом	37
2.3 Формула Ньютона-Лейбница	38
2.4 Формула замены переменной в определенном интеграле	38
Вопросы для самопроверки	39
Примеры решения задач	40
Задачи для аудиторной работы	41
Задачи для самостоятельной работы	43
3 Геометрические приложения определенного интеграла	45
3.1 Вычисление площадей плоских фигур	45
3.2 Вычисление объёма тела	48
3.3 Длина дуги кривой	50
3.4 Площадь поверхности вращения	50
Вопросы для самопроверки	51
Примеры решения задач	52
Задачи для аудиторной работы	59
Задачи для самостоятельной работы	61
4 Несобственные интегралы	63
4.1 Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования	63
4.2 Несобственные интегралы от неограниченных функций	65
Вопросы для самопроверки	67
Примеры решения задач	68
Задачи для аудиторной работы	68
Задачи для самостоятельной работы	69
Приложение А	70
Приложение Б	71
Приложение В	72
Список использованной литературы	74