

ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ НАУКИ

УДК 532.593

Длинные волны в прямоугольном стенде, вызванные пластиной

В. В. Трепачёв

(Донской государственный технический университет)

Проведено исследование формы поверхности тяжёлой жидкости в прямоугольном волновом стенде, покрытой длинными волнами над ровным дном. Волны вызваны горизонтальными гармоническими колебаниями волнопродуктора щитового типа. Получено точное решение краевой задачи с учётом диссипации энергии в жидкости. Результаты применимы для расчёта и лабораторного моделирования поверхностных и акустических волн.

Ключевые слова: тяжёлая несжимаемая жидкость, волнопродуктор, гармонические волны, длинные поверхностные волны, волновой стенд, диссипация энергии.

Введение. При рассмотрении теории длинных волн на поверхности тяжёлой жидкости можно в первом приближении пренебречь вертикальным ускорением частиц жидкости, это приводит к тому, что давление в жидкости практически равно статическому давлению, а скорость движения её частиц является функцией, которая не зависит от вертикальной координаты [1], [2]. Постановка задачи о волнах гармонического вида на мелкой воде в прямоугольном бассейне здесь сводится к рассмотрению краевой задачи в прямоугольнике для уравнения Гельмгольца [3], используемого в акустике. Траектории колебательного движения частиц жидкости представляют собой фактически отрезки прямых линий, параллельных дну бассейна. Наличие дна в таких условиях движения частиц вызывает дополнительное рассеяние энергии, учитываемое нами в рамках теории Рэлея [1]—[5]. Данная работа дополняет результаты [1]—[5] и других исследований, т. к. в ней учитываются не только эффекты конечности всех размеров волнового стенда, но также эффекты диссипации энергии волн, наблюдаемые в ряде натурных экспериментов для волновых полей в океане [2].

Постановка задачи. Рассмотрим гармонические волновые колебания несжимаемой, тяжёлой жидкости под ровным дном в прямоугольном бассейне, имеющем длину l , ширину $2b$ и глубину h . Опустим множитель $e^{i\omega t}$, где ω — частота, t — время, i — мнимая единица. Постановка краевой задачи в линейном приближении теории длинных волн имеет вид

$$\partial^2 \phi / \partial x^2 + \partial^2 \phi / \partial z^2 + k^2 \phi = 0; \quad k = \sqrt{(\omega^2 - i\mu\omega) / gh}; \quad \mu > 0; \quad (1)$$

$$\partial \phi / \partial z = 0, \quad z = \pm b, \quad 0 \leq x \leq l; \quad \operatorname{Re} k > 0; \quad \operatorname{Im} k < 0; \quad (2)$$

$$\partial \phi / \partial x = 0, \quad |z| \leq b, \quad x = l; \quad l > 0, \quad b > 0; \quad (3)$$

$$\partial \phi / \partial x = u(z), \quad |z| \leq b, \quad x = 0; \quad c = \sqrt{gh}, \quad (4)$$

где $\phi(x, z)$ — потенциал скорости, k — волновое число, μ — коэффициент трения о дно, g — ускорение свободного падения, c — скорость длинных волн, x — продольная координата, z — поперечная координата, $u(z)$ — амплитуда колебаний пластины волнопродуктора на плоскости передней стенки $x = 0$.