МАТЕМАТИКА

УДК 519.642.3

В.М. ДРАГИЛЕВ

О НЕВЯЗКЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ПЕРВОГО РОДА В МЕТОДЕ ПРОЕКЦИЙ

В предшествующих работах для интегрального уравнения Фредгольма первого рода с вырожденным ядром развивалась обобщенная (не регуляризующая) версия метода проекций, основанная на произвольном выборе базиса в сочетании с некими априорными оценками для погрешности решения. Эти оценки зависят от невязки, которой ранее пренебрегали. Результаты настоящей работы позволяют учитывать невязку и показывают, что, вообще говоря, ее учет является существенным.
Ключевые слова: *интегральное уравнение Фредгольма первого рода, метод проекций, априорные оценки погрешности.*

Введение. Рассмотрим интегральное уравнение Фредгольма первого рода с вырожденным ядром

$$[Aq](x) \equiv \int\limits_a^b \sum_{m=1}^{M} \psi_m(s)\varphi_m(x)q(s)ds = \tilde{u}(x), x \in [c,d], \quad (1)$$

где $\tilde{u}(x) = u(x) + \delta u(x)$; $u(x) = [Aq](x)$; $q(s) \in L_2[a,b]$ - искомая функция (оригинал); $\delta u(x)$ - погрешность исходных данных; $\varphi_m(x), \psi_m(s)$ - гладкие комплекснозначные функции; системы $\{\psi_m(s)\}_{m=1}^{M}$ и $\{\varphi_m(x)\}_{m=1}^{M}$ линейно независимы на отрезках $[a,b]$ и $[c,d]$ соответственно.

Задача (1) некорректна и может решаться методом Тихонова [1]. В другом подходе, известном как метод проекций [2], в пространстве $L_2[a,b]$ вводится ортонормированный базис $\{f_n(s)\}_{n=1}^{\infty}$, и обобщенное решение строится в виде

$$\tilde{q}_N(s) = \sum_{n=1}^{N} \xi_n f_n(s), \quad (N \le M); \quad (2)$$

при этом коэффициенты ξ_n отыскиваются из условия минимизации невязки в пространстве $L_2[c,d]$. В канонической версии метода проекций базис образуют собственные функции (СФ) оператора $A^* A$, что делает метод регуляризующим [1, 2] и в неком смысле минимизирует погрешность решения [3]. На практике более удобной и достаточно эффективной [4]

ђqdqyeҮ bӜ dәdӜbӳәe d ғаɑbɔɣ ɟqdqүqɣè