

ББК 22.17я73 Т  
19  
УДК 519.2(075.8)

Рецензенты:

Заведующий кафедрой информационных систем и технологий Самарского государственного аэрокосмического университета, заслуженный работник высшей школы РФ, Академик международной академии информатизации, д. т. н., профессор **С.А. Прохоров**;

д. ф.-м. н., профессор кафедры «Высшая математика» МГТУ им. Н.Э.Баумана **А.В. Филиновский**.

**Тарасов В.Н. Бахарева Н.Ф.**

**Т 19 Теория вероятностей, математическая статистика и случайные процессы.- Самара: ПГУТИ, 2017 - 280 с.  
ISBN 5-7410-0415-6**

Учебное пособие предназначено для студентов специальностей направления 230100 - Информатика и вычислительная техника.

ББК 22.17 я 73

ISBN 5-7410-04156

© Тарасов В.Н., Бахарева Н.Ф.

## СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	7
1	Основные понятия теории вероятностей	9
1.1	Испытания и события	9
1.2	Классическое определение вероятности	10
1.3	Статистическое определение вероятности	10
1.4	Геометрические вероятности	11
1.5	События и действия над ними	12
1.6	Аксиоматическое определение вероятности	14
1.7	Основные теоремы теории вероятностей	15
1.8	Формула полной вероятности	18
1.9	Формула Бейеса	19
1.10	Повторение испытаний. Формула Бернулли	20
1.11	Локальная формула Муавра–Лапласа	21
1.12	Интегральная формула Муавра–Лапласа	21
1.13	Формула Пуассона	23
1.14	Простейший поток событий	23
1.15	Задание №1 на самостоятельную работу. Решение типовых задач	25
2	Одномерные случайные величины. Законы распределения вероятностей случайных величин	31
2.1	Случайные величины	31
2.2	Функция распределения вероятностей случайной величины	32
2.3	Плотность распределения вероятностей непрерывной случайной величины	34
2.4	Примеры дискретных распределений вероятностей	37
2.4.1	Биномиальное распределение	37
2.4.2	Распределение Пуассона	38
2.4.3	Геометрическое распределение	38
2.5	Примеры непрерывных распределений	39
2.5.1	Закон равномерного распределения вероятностей	39
2.5.2	Нормальный закон распределения	41
2.5.3	Экспоненциальный закон распределения	43
2.5.4	Распределение Вейбулла	45
2.5.5	Гамма – распределение	46

2.6	Задание №2 на самостоятельную работу. Решение типовых задач	47
3	Числовые характеристики случайных величин	51
3.1	Математическое ожидание случайной величины	51
3.2	Свойства математического ожидания	54
3.3	Дисперсия случайной величины. Моменты высших порядков	56
3.4	Задание №3 на самостоятельную работу	62
4	Многомерные случайные величины	65
4.1	Многомерная случайная величина. Совместная функция распределения	65
4.2	Дискретные двумерные случайные величины	66
4.3	Непрерывные двумерные случайные величины	68
4.4	Условные законы распределения компонент двумерной случайной величины	69
4.5	Условные числовые характеристики	71
4.6	Зависимые и независимые случайные величины	74
4.7	Числовые характеристики двумерной случайной величины. Ковариация и коэффициент корреляции	75
4.8	Многомерное нормальное распределение	80
4.9	Задание №4 на самостоятельную работу	81
5	Функции от случайных величин. Числовые характеристики и законы распределения	87
5.1	Примеры функциональной зависимости между случайными величинами	87
5.2	Функции от одномерной случайной величины	88
5.3	Функции от случайного векторного аргумента	90
5.4	Математическое ожидание функции от случайной величины	92
5.5	Дисперсия функции от случайной величины	94
5.6	Задание №5 на самостоятельную работу	95
6	Предельные теоремы теории вероятностей	100
6.1	Закон больших чисел и центральная предельная теорема	100
6.2	Неравенство Чебышева	100
6.3	Закон больших чисел (теорема Чебышева)	102
6.4	Обобщенная теорема Чебышева. Теоремы Маркова и Бернулли	103

6.5	Понятие о теореме Ляпунова. Формулировка центральной предельной теоремы	106
6.6	Задание № 6 на самостоятельную работу	108
7	Элементы математической статистики	114
7.1	Основные задачи математической статистики	114
7.2	Статистическая совокупность и статистическая функция распределения	115
7.3	Гистограммы	118
7.4	Числовые характеристики статистического распределения	120
7.5	Критерии согласия	126
7.6	Статистические оценки для неизвестных параметров распределения	137
7.7	Оценки для математического ожидания и дисперсии	140
7.8	Доверительный интервал и доверительная вероятность	142
7.9	Связь между доверительным интервалом и проверкой гипотез о среднем значении	148
7.10	Оценка неизвестной вероятности по частоте	152
7.11	Точечные оценки для числовых характеристик многомерных случайных величин	155
7.12	Задание №7 на самостоятельную работу	160
8	Основные понятия теории случайных процессов	164
8.1	Определение случайного процесса. Классификация случайных процессов	166
8.2	Законы распределения и основные характеристики случайных процессов	169
8.3	Канонические разложения случайных процессов	180
8.4	Характеристики стационарных случайных процессов	183
8.5	Спектральное разложение стационарного случайного процесса	195
8.6	Классификация и определение марковских процессов	201
8.6.1	Дискретный марковский процесс	203
8.6.2	Непрерывный марковский процесс. Уравнение Фоккера – Планка – Колмогорова	208

8.6.3	Диффузионное приближение систем массового обслуживания	216
8.6.4	Обобщенная двумерная диффузионная модель систем массового обслуживания типа GI/G/1/ $\infty$ с бесконечной очередью и GI/G/1/m с конечной очередью и потерями	220
9	Моделирование случайных величин, процессов и потоков событий	230
9.1	Генерирование и статистический анализ псевдо-случайных чисел	230
9.2	Моделирование непрерывных случайных величин	232
9.3	Задание №8 на самостоятельную работу	239
9.4	Содержание отчёта	239
9.5	Аппроксимация законов распределения	246
9.5.1	Задача сглаживания статистических рядов. Теоретические основы лабораторной работы	246
9.5.2	Задание №9 на самостоятельную работу	251
9.5.3	Содержание отчёта	252
9.6	Аппроксимация корреляционных функций и спектральных плотностей ортогональными функциями Лагерра	258
9.6.1	Теоретические основы лабораторной работы	258
9.6.2	Задание №10 на самостоятельную работу	267
9.6.3	Содержание отчёта	267
	Список использованной литературы	271
	Приложение	272