

УДК 512
ББК 22.14
Ч 46

Рецензенты:

К. А. Дридгер, к. п. н., старший преподаватель кафедры алгебры и истории математики;

Н. А. Мунасыпов, к. ф.-м. н., доцент кафедры математического анализа и МПМ

Черемисина М. И.

Ч 46 Избранные вопросы линейно алгебры [Текст]: учебное пособие / М. И. Черемисина; Мин-во образования и науки РФ; Оренбург. Гос. пед. ун-т. – Оренбург: ООО «Агентство «Пресса», 2013. – 80 с.

УДК 512
ББК 22.14

© Черемисина М.И., 2013

© ООО «Агентство «Пресса», 2013

В а р и а н т 10

Задание 1. Доказать, что множество $M = \left\{ \begin{pmatrix} a & b \\ b & a\sqrt{2} \end{pmatrix} \middle| a, b \in Q \right\}$ образует векторное пространство над полем рациональных чисел. Найти базис и размерность этого пространства.

Задание 2. Доказать, что системы векторов:

$$a_1 = (1; 1; 1), \quad a_2 = (1; 2; 1), \quad a_3 = (0; 0; 1);$$

$$b_1 = (1; 1; 0), \quad b_2 = (1; 1; 1), \quad b_3 = (0; 2; 2).$$

образуют базисы пространства R^3 . Найти матрицу перехода от первого базиса ко второму и найти координаты вектора $c = (1; 2; 3)$ в базисе a_1, a_2, a_3 .

Задание 3. Найти базис и размерность линейного подпространства и вектор сдвига, определяющих линейное многообразие решений системы ли-

нейных уравнений:
$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - x_3 - x_4 = 2, \\ x_1 - x_2 + x_3 - x_4 = 0, \\ x_1 + 3x_2 - 3x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

Задание 4. Найти базис и размерность суммы и пересечения линейных подпространств, натянутых на векторы:

$$a_1 = (1; 2; 1), \quad a_2 = (2; 5; 4), \quad a_3 = (1; 3; 3);$$

$$b_1 = (2; 3; -1), \quad b_2 = (1; 2; 2), \quad b_3 = (1; 1; -3).$$

Задание 5. Выяснить, будут ли операторы φ_1, φ_2 действительного линейного пространства V_3 линейными, если φ_1 переводит вектор $x = (x_1; x_2; x_3)$ в вектор $x\varphi_1 = (x_1 + 2x_2; -x_3; x_2 - x_1)$; φ_2 переводит вектор $x = (x_1; x_2; x_3)$ в вектор $x\varphi_2 = (0; -3x_3 + 5x_1 - 1; 4x_2 - x_3)$.

Задание 6. Найти матрицы линейного оператора из задачи № 6 в единичном базисе и базисе

$$a_1 = (1; 0; 1), \quad a_2 = (1; 1; 1), \quad a_3 = (2; 3; 4).$$