

Министерство образования и науки  
Российской Федерации  
Ярославский государственный университет  
им. П. Г. Демидова  
Кафедра математического моделирования

И. С. Кащенко

## Асимптотическое разложение решений уравнений

*Методические указания*

*Рекомендовано  
Научно-методическим советом университета  
для студентов, обучающихся по специальности  
Прикладная математика и информатика*

Ярославль 2011

УДК 517.52  
ББК В16я73  
К 31

*Рекомендовано*  
*Редакционно-издательским советом университета*  
*в качестве учебного издания. План 2010 / 2011 учебного года*

Рецензент  
кафедра математического моделирования  
Ярославского государственного университета  
им. П. Г. Демидова

**Кащенко, И. С.** Асимптотическое разложение решений  
К 31 уравнений: метод. указания / И. С. Кащенко; Яросл. гос.  
ун-т им. П. Г. Демидова. — Ярославль: ЯрГУ, 2011. – 44 с.

В методических указаниях описаны основные методы построения асимптотических приближений решений алгебраических уравнений: метод прямого разложения, метод диаграмм Ньютона; их использование подробно проиллюстрировано примерами. Приведено большое количество задач для самостоятельного решения.

Предназначены для студентов, обучающихся по специальности 010501.65 Прикладная математика и информатика (дисциплина „Асимптотические методы“, блок ДС), очной формы обучения.

УДК 517.52  
ББК В16я73

© Ярославский государственный университет  
им. П. Г. Демидова, 2011

# Оглавление

<b>ВВЕДЕНИЕ</b>	<b>5</b>
<b>1. Некоторые определения</b>	<b>7</b>
1.1. “о-малое” . . . . .	7
1.2. Асимптотические последовательности и ряды . . .	8
1.3. Асимптотическое приближение решений уравнений	10
<b>2. Прямое разложение по малому параметру</b>	<b>12</b>
2.1. Решение уравнений рядами . . . . .	12
2.2. Ряд Лагранжа . . . . .	15
<b>3. Метод диаграмм Ньютона</b>	<b>20</b>
3.1. Постановка задачи . . . . .	20
3.2. Определение главного члена разложения . . . . .	21
3.3. Уточнение асимптотики . . . . .	24
3.4. Теоремы . . . . .	25
3.5. Пример 1 . . . . .	26
3.6. Пример 2 . . . . .	29
<b>4. Задачи для самостоятельного решения</b>	<b>33</b>
<b>Приложение</b>	<b>37</b>
<b>Литература</b>	<b>41</b>

# ВВЕДЕНИЕ

Если уравнение содержит малый параметр, то это нужно использовать. Именно нужно, не можно, не “приятно и полезно”, а нужно. Действительно, очень часто бывает, что при решении той или иной задачи как раз для малых значений параметра (или для больших, что по сути сводится к тому же) все стандартные методы отказывают. Обычно в таких случаях панацеей оказываются асимптотические методы.

Этот несколько расплывчатый термин объединяет классические *методы Лапласа*, *метод стационарной фазы*, *метод перевала* — для оценки интегралов, содержащих большой параметр, *метод пограничного слоя* — для исследования решений дифференциальных уравнений (обыкновенных или в частных производных) с малым параметром при всех или части старших производных, различные варианты *метода осреднения* для дифференциальных или интегро-дифференциальных уравнений, содержащих быстро колеблющиеся по времени и/или по пространству коэффициенты или свободные члены. Можно еще назвать *методы многомасштабных разложений*, ряд специальных методов для уравнений с медленно меняющимися параметрами, для уравнений с сингулярностями и т. д. Надо сказать, что классические методы находятся в постоянном развитии, их приходится усовершенствовать для решения новых задач. Не прекращается и процесс возникновения новых асимптотических методов.

В методических указаниях описаны методы асимптотического разложения решений уравнений: *метод прямого разложения* по малому параметру и *метод диаграмм Ньютона*.

В первом разделе даются определения таких понятий, как “о-малое”, асимптотическая последовательность, асимптотиче-